

**Arbeitsmaterial zur Computervisualistik  
Anwendungsfach Medizin**

**physikalische Aspekte der  
Bildentstehung und Bildgebender Verfahren**

Otto von Guericke-Universität Magdeburg

Prof. Dr. Hellmut von Specht  
Prof. Dr. Stefan Müller

Magdeburg, Oktober 2000

## 1. Einführung

### 1.1 Vorbemerkungen

Bilder sind im engeren Sinn nur in Verbindung mit dem visuellen System - dem Auge - zu definieren. Sinnvollerweise ist dieser Begriff jedoch viel weiter zu fassen. Ohne hier philosophische Aspekte zu erörtern, sind Bilder auch unter informationstechnischen Aspekten mehr als das mit unserem Auge Erfassbare. So ist leicht nachvollziehbar, dass beispielsweise die begrenzten Möglichkeiten unseres Auges z.B. durch die moderne Videotechnik übertroffen werden. Dabei ist es wohl selbstverständlich, dass bei der Verarbeitung der Bilder eine Verwendung der gesamten Information und nicht eine Reduktion auf das von vornherein Sehbare erfolgen sollte. Im Prozess der Bildverarbeitung können schließlich wieder Bilder generiert werden (oder auch nicht!), die dann jedoch auch nicht von vornherein sichtbare Informationen enthalten können.

Für das Verständnis der mit dem Auge erfassbaren Bilder sind ausreichende Kenntnisse der Physiologie des visuellen Systems erforderlich. Hier soll zunächst nur eine kurze Einführung einschließlich wesentlicher Grundlagen des Farbsehens erfolgen. Im weiteren Teil der Vorlesung sollen dann wesentliche physikalische Grundlagen behandelt werden.

### 1.2 Zur Systematik

Bilderzeugung, Bildentstehung, Bildverarbeitung, Abbildung

Fragen:

- **Wie kommt ein Bild zustande?**
  - im Auge (auf der Netzhaut) → Physiologie
  - in der Fotografie usw.
  - im Computer
  
- **Welche Eigenschaften liegen der Bildentstehung zugrunde?**
  - Beeinflussung der Wellenausbreitung (Schallwellen, elektromagnetische Wellen): Reflexion, Brechung, Absorption, Beugung,
  - Entstehung von Wellen oder Strahlung im Objekt
  - Dichteverteilung von Molekülen
  
- **Wie erfolgt die (optische) Abbildung?**

Die Wahrnehmung von Bildern erfolgt durch elektromagnetische Wellen, die vom Objekt erzeugt oder beeinflusst werden. Für *undurchsichtige* Körper lassen sich in dem Wellenlängenbereich für den das menschliche Auge empfindlich ist, beispielsweise nur Informationen über die äußere Form und die Oberflächenbeschaffenheit gewinnen. Um Informationen über den inneren Aufbau von solchen Körpern zu erhalten, müssen diese durch Wellen anderer Wellenlänge „durchleuchtet“ und abgebildet werden. Über eine Zwischenabbildung entsteht dann ein Bild, das für den Menschen sichtbar ist. Je nach Verfahren entsteht diese Zwischenabbildung durch eine durch das Verfahren gegebene direkte räumliche Zuordnung von Objektpunkt zu Bildpunkt (direkte Abbildung, z.B. planares Röntgen) oder durch die mathematische Berechnung eines Bildes ausgehend von einem Anfangsdatensatz, der im herkömmlichen Sinn noch kein Bild darstellt (digitale Bilderzeugung, z.B. Röntgen-Computer-Tomographie).

## 2 Zur Physiologie des visuellen Systems

Das Sehen (Bildsehen) basiert phylogenetisch auf zwei verschiedenen Wegen:

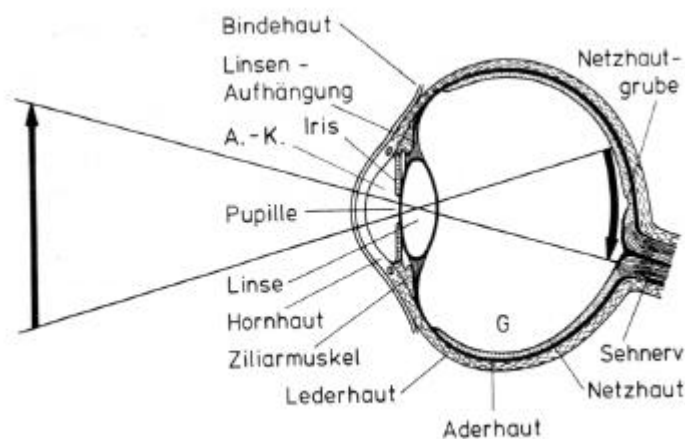
- Komplex-(Facetten-) Augen bei Insekten
- Kamera-Augen bei Wirbeltieren

Vorteil des Linsenkamera-Auges im Vergleich zum Lochkamera-Auge (Cephalopoden): lichtstärkere, optisch schärfere Abbildung auf der Netzhaut.

### 2.1 Die optische Abbildung im menschlichen Auge (Dioptrik)

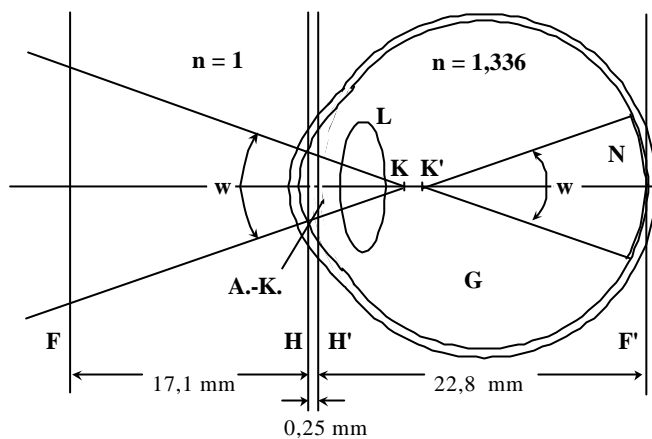
wichtige Grundlagen: Brechungsgesetz, Abbildung mit Linsen, Brennweite von Linsen, sichtbares Licht: 400...760 nm (Richtwert, bei höheren Intensitäten Grenzen verschoben!) Lichtstärke, (Candela), Beleuchtungsstärke (Lux), Leuchtdichte, Lichtstrom, Beugung, usw.

Das Auge des Menschen hat nahezu Kugelgestalt. Diese Form der Augen ist für Nachführbewegungen des Auges mechanisch günstig: Das optische System des Auges ist ein zusammengesetztes Linsensystem. Die Abbildung erfolgt als umgekehrtes verkleinertes Bild auf der Netzhaut (Zäpfchen, Stäbchen).



Für den Strahlengang bis hin zur Abbildung auf der Netzhaut sind die Grenzflächen zwischen Strukturen mit unterschiedlichen Brechungsindizes von Bedeutung.

Wesentlich sind dabei folgende Strukturen: die Hornhaut (Cornea), die mit Kammerwasser gefüllte vordere Augenkammer A.-K., die Augenlinse und der Glaskörper G.



*Beachte:* die Abbildung erfolgt im dichten Medium (Beschreibung des Systems durch Hauptebenen H, H' und Knotenpunkte K, K'). Kammerwasser und Glaskörper haben etwa den gleichen Brechungsindex ( $n = 1,336$ ). Die Brechungszahlen der Cornea ( $n = 1,376$ ) und der Augenlinse sind etwas größer, wobei die Augenlinse aus Schichten unterschiedlicher Brechzahlen aufgebaut ist: äußere Schichten  $n = 1,353$ , innere Schichten  $n = 1,42$ .

Die Brechkraft des gesamten optischen Apparates beträgt für das entspannte Auge (flache Linse, auf "unendlich" akkomodiert) etwa **60 dpt** (Dioptrien). Dabei liefert die Cornea mit etwa **43 dpt** den größten Anteil, während die Linse einen Anteil von ca. **16 dpt** beisteuert. Dieser variable Anteil mit einer ursprünglichen Akkomodationsbreite von über 10 dpt nimmt mit dem Lebensalter in grober Näherung linear ab und ist im Durchschnitt mit 70 Jahren nicht mehr vorhanden (Nachlassen der Elastizität der Linse und der Spannkraft des Ringmuskels: Alterssichtigkeit).

Die Auflösung der Netzhaut ist im Bereich der Fovea am größten (Abstand 0,007 mm, Auflösungsvermögen des Auges 1/60 Grad), wobei Abbildungsfehler durch die Nähe zur optischen Achse gering bleiben.

## 2.2 Empfindlichkeit und zeitliches Auflösungsvermögen

Die Empfindlichkeit der Retina hängt von der Frequenz (Farbe) des Lichtes ab (spektrale Energieverteilung des Sonnenlichtes).

maximale Empfindlichkeiten	für dunkel adaptiertes Auge:	510 nm
	für hell adaptiertes Auge:	555 nm

Bereits eine (Lichtquanten-)Energie von  $2 \cdot 10^{-17}$  J genügt, um Lichtempfindung durch das Auge hervorzurufen.

- vergleiche:
- 1 eV (Elektronenvolt)  $1,6 \cdot 10^{-19}$  J
  - minimale Energie eines Tones (Hörschwelle)  $10^{-16}$  J

Der photochemische Prozess ist jedoch recht träge, damit ist die zeitliche Auflösung des Auges beschränkt.

→ Flimmerverschmelzungs-Frequenz: Dunkeladaptation: 3... 12/s,  
Helladaptation: ... 65/s

Anwendungen:

- Film und Fernsehen
- Stroboskop: eine der periodischen Bewegung angepasste (synchronisierte) Blitzfolgefrequenz ergibt einen scheinbaren Stillstand bzw. einen "verlangsamten" Ablauf der Bewegung.

Stroboskope werden in der Medizin beispielsweise zur Beobachtung der Stimm-  
lippenbewegungen eingesetzt.

### 2.3 Farbsehen

Die der Definition der Lichtstärkeneinheit Candela zugrunde liegende Leuchtdichte von schmelzendem Platin liegt dicht an der Grenze der Blendung für das menschliche Auge. Von der Schwelle bis zur Blendung werden vom Auge über 8 Zehnerpotenzen der Leuchtdichte ohne Schädigung wahrgenommen.

	<u>Leuchtdichte cd/m<sup>2</sup></u>
Schwelle (ohne Farberkennung)	$< 10^{-2}$
minimales "Leselicht"	10
gute Schreibtischbeleuchtung	$10^3$
Blendung (absolut)	$> 10^6$

In der Netzhaut erfolgt die Umsetzung von Lichtreizen in neuronale Erregungen, wobei die Zäpfchen dem Tages- und Farbsehen und die Stäbchen dem Dämmerungssehen (Hell-Dunkelunterscheidung) dienen. Das Auge kann sich durch Adaptation sehr gut den Beleuchtungsbedingungen anpassen. Dabei besitzen der Pupillenlichtreflex (variabler Pupillendurchmesser von 2 bis 8 mm; ergibt Lichtabschwächung um 1:16), die photochemische Adaptation und die räumliche und zeitliche Summation eine Bedeutung (Physiologie). Die Empfindlichkeit des Auges nimmt innerhalb von 30 Minuten durch Dunkeladaptation infolge der Regenerierung der Sehfärbstoffe (Stäbchen) erheblich zu. Das spektrale Maximum der Stäbchen ist im Vergleich zu den Zäpfchen zu kürzeren Wellenlängen verschoben.

Die Netzhaut des Menschen enthält drei Arten von Zäpfchen mit spektral unterschiedlicher Empfindlichkeit: Rot, Grün, Blau. Die Gebiete der drei Farbempfindlichkeiten überlappen sich. Im Sehzentrum erfolgt dann die "Mischung" zur Farbempfindung (*additive und subtraktive Farbmischung*).

### 3. Optik

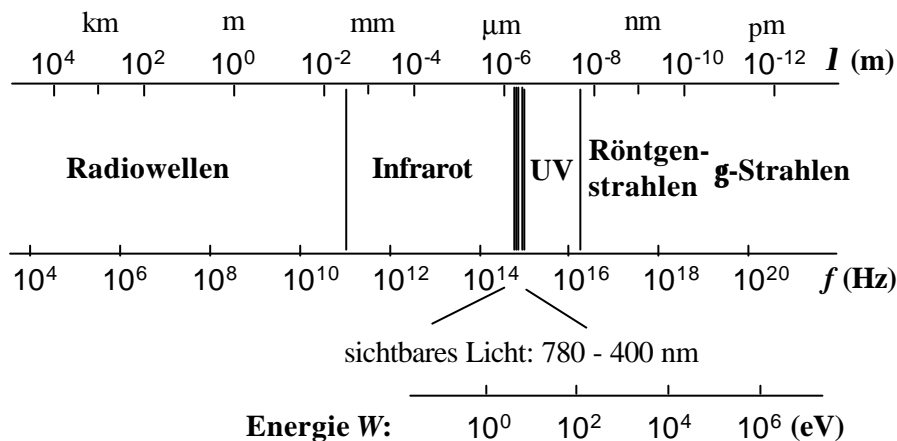
Optik ist die Lehre vom Licht und umfasst neben physikalischen auch physiologische Aspekte.

#### 3.1 Licht als elektromagnetische Welle

Elektromagnetische Wellen bestehen aus der Kombination eines elektrischen und eines magnetischen Wechselfeldes gleicher Frequenz. Die elektrischen und die magnetischen Feldstärken stehen senkrecht aufeinander und quer zur Ausbreitungsrichtung der Transversalwelle. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit beträgt im Vakuum  $c = 300.000 \text{ km/s}$ .

Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit gilt:  $c = \lambda \cdot f$

Elektromagnetische Wellen werden entsprechend ihrer Frequenz grob unterteilt in:



Die Farbe des Lichtes wird durch die Frequenz (Wellenlänge) bestimmt. Der Bereich des sichtbaren Lichtes umfasst die Wellenlängen 400 - 800 nm (Violett bis Rot). Die Erscheinungen der Reflexion, Brechung, Polarisation, Beugung und Interferenz lassen sich mit der Wellennatur des Lichtes erklären.

Der äußere Photoeffekt und der Comptoneffekt lassen sich jedoch nur mit der Korpuskeleigenschaft des Lichtes erklären. Diese als Photonen bezeichneten Korpuskeln besitzen eine von der Frequenz abhängige Energie

$$E = h \cdot f \quad (h: \text{Plancksches Wirkungsquantum, } h = 4,13 \cdot 10^{-15} \text{ eVs})$$

und breiten sich ebenfalls mit Lichtgeschwindigkeit im Raum aus.

Beide Eigenschaften des Lichtes (allgemein: der elektromagnetischen Strahlung): Welle oder Korpuskel sind gleichberechtigte physikalische Erscheinungen und werden als Dualismus des Lichtes bezeichnet.

Wegen der kleinen Wellenlänge des Lichtes können die Welleneigenschaften oft vernachlässigt und die Ausbreitung nach den Gesetzen der geometrischen Optik beschrieben werden. Erst wenn der Wellencharakter berücksichtigt werden muss, sind die Gesetze der Wellenoptik zu verwenden.

## 3.2 Geometrische Optik

### 3.2.1 Ausbreitung des Lichtes

Die von einer Lichtquelle ausgehende Strahlung breitet sich nach allen Richtungen geradlinig aus, wenn die Materie homogen ist. Lichtundurchlässige Hindernisse (Blenden) im Lichtweg können die Ausbreitung eines von einer punktförmigen Lichtquelle ausgehenden Licht- oder Strahlenbündels einschränken. Durch mehrfache Verwendung von Blenden kann der Durchmesser des Lichtbündels auf einen vernachlässigbar kleinen Durchmesser verringert werden, ein Lichtstrahl entsteht. Lichtstrahlen mit extrem kleinem Durchmesser lassen sich mit Lasern erzeugen.

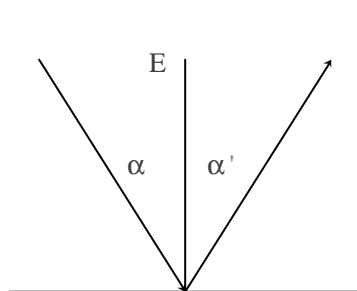
Für punktförmige Lichtquellen erfolgt hinter Hindernissen eine Schattenbildung (Berechnungen über Strahlensätze). Bei flächenhaften Lichtquellen bilden sich durch die Überlagerung der Schattenkegel Kernschatten und Halbschatten.

An Grenzschichten zwischen optisch verschiedenen Substanzen erfährt das Licht:

- Reflexion: ein Teil wird zurückgeworfen, gespiegelt
- Brechung: ein Teil geht unter Richtungsänderung ins andere Medium über
- Absorption: Schwächung des Lichtstrahls durch Umsetzung in andere Energieformen

### 3.2.2 Reflexion

Bei der Reflexion des Lichtes an einer Grenzfläche wird ein Teil des Lichtes unter Richtungsänderung zurückgeworfen. Es gilt das Reflexionsgesetz:



Einfallswinkel = Ausfallswinkel

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}'$$

Beide Winkel werden zum Einfallslot E gemessen.

Der geometrische Weg von Lichtstrahlen ist bei der Reflexion umkehrbar. Bei Absorption kann jedoch eine Abhängigkeit von der Richtung eintreten. Divergent einfallende Lichtbündel behalten bei Reflexion am ebenen Spiegel ihre Öffnungswinkel bei, da alle Einfallslotte parallel stehen. Bei der Reflexion entstehen virtuelle Bilder, die seitenverkehrt sind. An rauhen Oberflächen erfolgt eine diffuse Reflexion. Bei gewölbten Spiegeln stehen die Einfallslotte nicht mehr parallel nebeneinander. Damit werden die Öffnungswinkel von Strahlenbündeln bei Reflexion vergrößert [gewölbter (Konvex-) Spiegel: verkleinerte virtuelle Bilder] oder verkleinert [Hohl- (Konkav-) Spiegel: bei geringem Abstand vergrößerte virtuelle Bilder, bei größerem Abstand reelle Bilder].

Das Reflexionsvermögen wird mit Hilfe des Reflexionskoeffizienten  $R$  beschrieben:

$$R = \frac{\text{reflektierte Strahlungsleistung}}{\text{einfallende Strahlungsleistung}}$$

### 3.2.3 Brechung

Beim Übergang in ein anderes optisches Medium ändert sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes. In Materie ist die Lichtgeschwindigkeit kleiner als im Vakuum. Der Quotient aus der Lichtgeschwindigkeit in Vakuum  $c$  und der Lichtgeschwindigkeit in Materie  $v$  wird als Brechungsindex  $n$  (Brechzahl) bezeichnet:

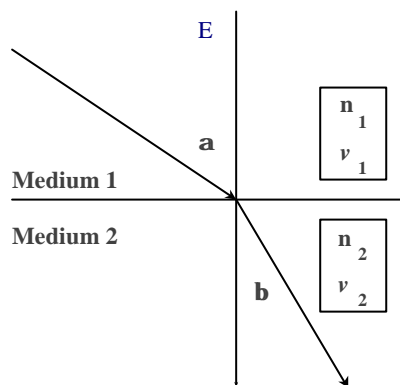
$$n = \frac{c}{v} \quad [\text{Einheit: reine Zahl}]$$

Diese Beziehung zeigt, dass der Brechungsindex zunimmt, wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Medium kleiner, d.h. der Stoff optisch dichter wird.

Stoff:	Eis	Wasser	Flintglas	Quarzglas	Diamant	Glycerin
<i>n</i> :	1,31	1,333	1,613	1,459	2,417	1,469

Beim Übergang eines Lichtstrahls (Lichtbündels) von einem durchsichtigen Medium in ein anderes ändert sich die Richtung als Folge der unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten.

Es gilt das Brechungsgesetz nach Snellius:



$$\frac{\sin a_1}{\sin a_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Beim Übergang vom optisch dünneren zum optisch dichteren Medium ( $n_2 > n_1$ ) wird das Licht zum Einfallslot hin gebrochen. Beim Übergang vom optisch dichteren zum optisch dünneren Medium ( $n_2 < n_1$ ) wird das Licht vom Einfallslot weg gebrochen.

Auch bei der Brechung sind die geometrischen Wege (Strahlengänge) umkehrbar.

Ab einem Grenzwinkel  $\sin \alpha_{gr} = n_2 / n_1$  wird  $\alpha_2 = 90^\circ$  und damit  $\sin \alpha_2 = 1$ .

Es tritt Totalreflexion auf. Totalreflexion erfolgt für Einfallswinkel  $\alpha_1 \geq \alpha_{gr}$ , das Licht verbleibt auf der dichteren Seite der Grenzfläche. Das Reflexionsvermögen ist bei der Totalreflexion besonders hoch.

Anwendung: Lichtleiter (Endoskopie)

Wegen  $c = \mathbf{l} \times \mathbf{f}$  hängen sowohl die Wellenlänge als auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit von der optischen Dichte ab. Die Frequenz bleibt konstant. Beim Übergang zum optisch dichteren Medium wird die Wellenlänge kleiner. Der Brechungsindex ist eine Materialkonstante. Es ist jedoch zu beachten, dass der Brechungsindex von der Frequenz des Lichtes abhängig ist. Dieser Vorgang wird als Dispersion bezeichnet. Infolge der Dispersion ist die Brechung im Glas für höherfrequentes (kurzwelligeres, violettes) Licht größer als für niederfrequenteres (langwelligeres, rotes) Licht. Mit Hilfe der Brechung ist eine Zerlegung des Lichtes in seine Farbkomponenten, die Spektralfarben, möglich.

### 3.2.4 Optische Abbildungen

Die optische Abbildung von Linsen und Spiegeln lässt sich mit Hilfe des Reflexions- und des Brechungsgesetzes beschreiben.

#### Abbildung an einer brechenden sphärischen Fläche

Die Behandlung optischer Abbildungen soll am Beispiel der Abbildung mit Linsen erfolgen. Besonders einfach ist der Fall, dass das Medium vor und nach der Linse die gleiche Brechzahl besitzt. (Luft  $n = 1$ ).



Im Hinblick auf die Abbildung im Auge ist jedoch auch die Abbildung an einer sphärisch gekrümmten Fläche von Interesse (Abbildung mit einer brechenden Fläche; z. B. Auge: gekrümmte Hornhaut, Abbildung auf Netzhaut). Die Abbildungsgleichung lässt sich mit den Gesetzen der Geometrie und der Beschränkung auf kleine Einfallswinkel der Lichtbündel ableiten:

$$\frac{f}{g} + \frac{f'}{b} = 1, \quad \text{bzw.} \quad \frac{n}{g} + \frac{n'}{b} = \frac{n}{f} \quad \text{mit} \quad \frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$$

b; g: Bild- bzw. Gegenstandsweite;  $n, n'$ : Brechzahlen

Im Medium mit der höheren Brechzahl  $n'$  ist die Brennweite  $f'$  größer als die Brennweite  $f$  im Medium mit der kleineren Brechzahl  $n$ .

Die Größe

$$D = \frac{n}{f} = \frac{n'}{f'} \quad [\text{Einheit : Dioptrie (dpt) = m}^{-1}]$$

wird als Brechwert (Breckkraft) des Systems bezeichnet und ist auf beiden Seiten gleich groß (konvex: D positiv; konkav: D negativ).

### Dünne Linsen

In der Optik sind hinsichtlich der technischen Anwendung Abbildungen durch Linsen oder Linsensysteme von Bedeutung. Wenn auf beiden Seiten der Linse das gleiche Medium vorhanden ist, vereinfacht sich die Abbildungsgleichung. Beide Brennweiten werden gleich. Für Luft ( $n = n' \gg 1$ ) ergibt sich:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = D.$$

Für die Abbildung mit (dicken) Linsen muss die Brechung beim Ein- und Austritt aus der Linse beachtet werden. Schräg verlaufende Zentralstrahlen erfahren eine Parallelversetzung. Bei dünnen Linsen (Dicke klein gegenüber Durchmesser) wird diese doppelte Brechung durch eine einmalige an der Mittelebene, der sogenannten Hauptebene, ersetzt. Der Parallelversatz kann vernachlässigt werden.

Bei den sphärischen Linsen unterscheidet man zwischen Konvex- und Konkavlinen (Sammel- und Zerstreuungslinsen) und klassifiziert entsprechend einer Kombination folgende Linsentypen: *bikonvex*, *plankonvex*, *bikonkav*, *plankonkav* und *konkavkonvex*. Die Brennweite ist bei sphärischen Linsen dem Radius proportional. Es gilt folgende Faustregel:

$$\begin{array}{ll} \text{plankonvex: } f = \frac{r}{n-1} & \text{bikonvex: } f = \frac{r}{2(n-1)} \\ \text{(plankonkav)} & \text{(bikonkav)} \end{array}$$

Beispiel: für  $n = 1,5$ :  $f = 2r$   $f = r$   
(Glas)

### Abbildung mit Konvexlinsen

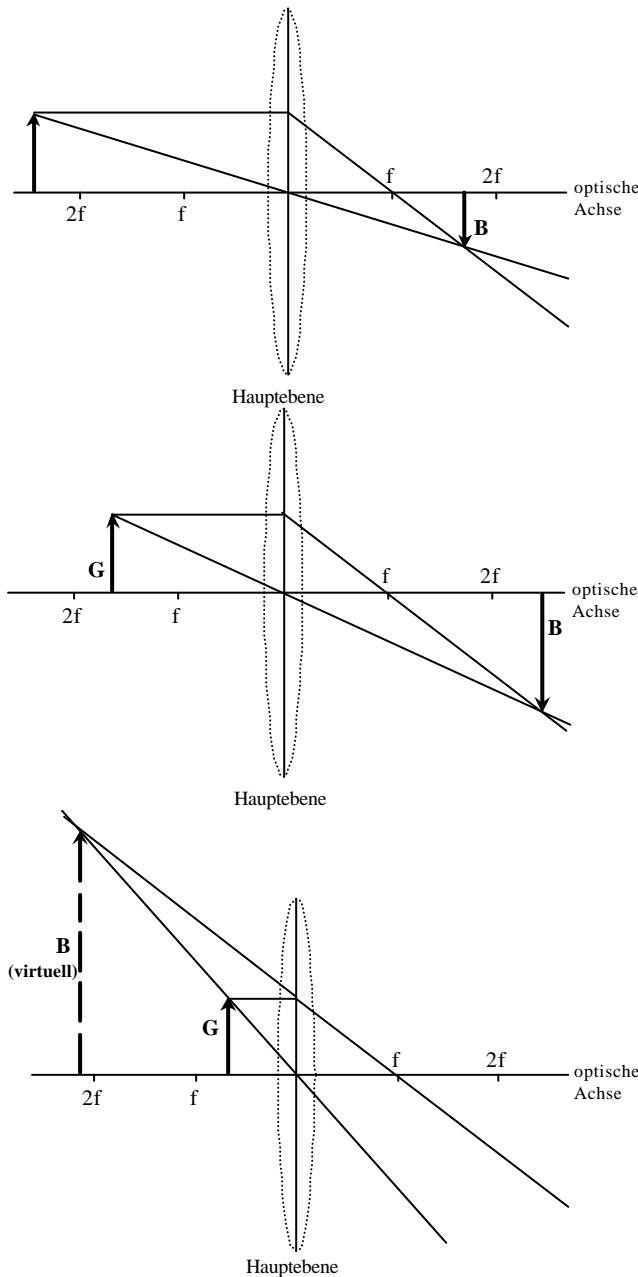
Strahlen auf der optischen Achse (Symmetrieachse) verlaufen ungebrochen vom Gegenstands- zum Bildraum. Die Brennpunkte  $F$  und  $F'$  liegen in den Abständen der Brennweiten  $f$  und  $f'$  auf der optischen Achse. Die Brennpunkte sind die Bildpunkte achsenparallel einfallender Strahlenbündel (unendlich fern liegende Punkte werden im Brennpunkt abgebildet: das Bild des Brennpunktes liegt im Unendlichen). Die im Brennpunkt senkrecht auf der optischen Achse

stehende Ebene wird als Brennebene bezeichnet. Parallele, schräg zur optischen Achse einfallende Strahlenbündel werden in der Brennebene fokussiert.

*Abbildung mit Konvexlinsen:*

Gegenstand	Bild	Bildort
$\infty > g > 2f$	reell, umgekehrt, verkleinert	$f < b < 2f$
$g = 2f$	reell, umgekehrt, gleich groß	$b = 2f$
$f < g < 2f$	reell, umgekehrt, vergrößert	$2f < b < \infty$
$0 < g < f$	virtuell, aufrecht, vergrößert	$-\infty < b < 0$

**Bildkonstruktion:**



Zur Bildkonstruktion werden ein Parallelstrahl und ein Brennpunktstrahl oder auch ein Zentralstrahl benutzt. Bei unterschiedlichen Brechzahlen von Objekt- und Bildraum ist der Zentralstrahl durch den Knotenpunkt (Abstand  $f - f'$  vom Mittelpunkt) zu legen.

Regeln für die Bildkonstruktion:

- achsenparallele Strahlen werden an der Hauptebene zu Brennpunktstrahlen und umgekehrt.
- Zentralstrahlen (Mittelpunktstrahlen) laufen geradeaus weiter.
- Strahlen dürfen auch weit entfernt von der Linse (Linsenfassung, ausgeblendetes Strahlenbündel) für die *Bildkonstruktion* mit Hilfe der Hauptebene verwendet werden.

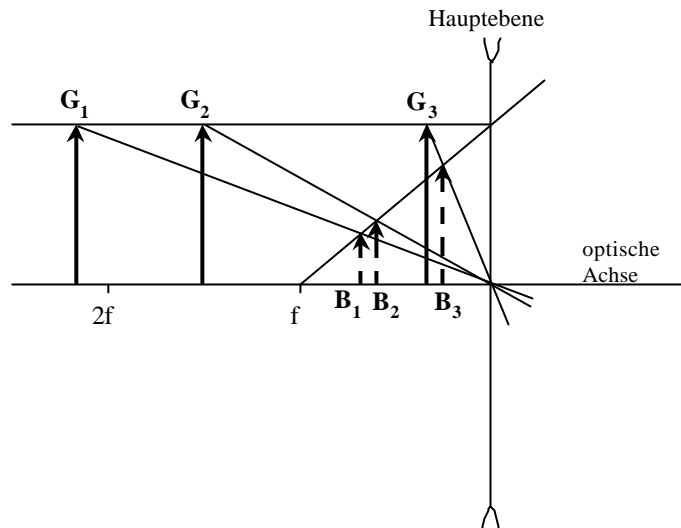
Die Bildpunkte entstehen an den Orten der Strahlenschnittpunkte.

Falls keine Schnittpunkte entstehen, sind die Strahlen rückwärtig zu verlängern, um die virtuellen Bilder zu erfassen. Die Bildweiten virtueller Bilder bekommen negative Vorzeichen.

*Der Linsendurchmesser bestimmt den Öffnungswinkel des abbildenden Strahlenbündels, aber nicht die Lage der Bildpunkte!*

Abbildung mit Konkavlin sen:

Es entstehen stets virtuelle, aufrechte und verkleinerte Bilder ( $f$  und  $b$  negativ).



**Linsensysteme, dicke Linsen**

Bei dicken Linsen und bei Linsensystemen (Objektive usw.) ist die Brechung eines Lichtbündels beim Ein- und Austritt zu berücksichtigen. Der Parallelversatz der Strahlen ist nicht mehr zu vernachlässigen.

Durch die Einführung der zwei Hauptebenen  $H$  und  $H'$  ( $H$  für die Gegenstandseite und  $H'$  für die Bildseite; Schnittpunkte mit der optischen Achse: Hauptpunkte) kann die Abbildungskonstruktion für dicke Linsen vereinfacht werden. Bei den dünnen Linsen fallen die beiden Hauptebenen zusammen. Für die Bildkonstruktion erfolgt nur eine Brechung an der jeweiligen Hauptebene. Der Zentralstrahl verläuft um den Abstand der Hauptebenen parallel zu sich selbst versetzt. Der Strahlenverlauf zwischen den Hauptebenen wird damit insgesamt "ignoriert".

Bei einer Kombination von zwei (oder mehreren) dünnen zusammengesetzten Linsen (Linsensystem) errechnet sich die Brechkraft aus der Summe der Brechkraften der Einzellinsen:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \times f_2}; \quad d: \text{Abstand der Linsen.}$$

Für einen sehr kleinen Abstand  $d$  zwischen den Linsen ergibt sich:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad \text{oder} \quad D = D_1 + D_2.$$

Die Abbildungsgleichung gilt auch für dicke Linsen, jedoch sind die Brennweiten  $f$  und  $f'$ , sowie auch die Gegenstands- und Bildweiten  $g$  bzw.  $b$ , von den zugehörigen Hauptebenen aus zu messen.

*Zur Lage der Hauptebenen:*

- bei Linsen mit gleichen Krümmungsradien etwa ein Drittel der Linsendicke hinter dem Scheitel,
- insbesondere bei Linsensystemen auch außerhalb der Linsen.

*beachte: die Hauptebenen sind nur ein Hilfsmittel zur Abbildungskonstruktion!*

Bei Medien unterschiedlicher Brechzahl auf beiden Seiten einer Linse (vgl. auch Brechung durch gekrümmte Fläche zwischen Medien unterschiedlicher Brechzahl s.o.) sind noch die sogenannten Knotenpunkte zu berücksichtigen (Beispiele: Auge, Immersionsobjektiv beim Mikroskop). Die vom Gegenstand zum zugehörigen Knotenpunkt verlaufenden Strahlen sind vom zum Bildraum gehörenden Knotenpunkt zum Bild parallel verschoben weiterzuführen.

Damit existieren für die Abbildung an dicken Linsen bzw. Linsensystemen insgesamt bis zu 6 Kardinalpunkte:

2 Brennpunkte, 2 Hauptpunkte und 2 Knotenpunkte mit den zugehörigen Kardinalenen.

## Optische Vergrößerung

Durch optische Instrumente können kleine Gegenstände vergrößert oder große Gegenstände verkleinert werden (z.B. Mikroskop bzw. Fotoapparat).

Der Abbildungsmaßstab ist definiert als

$$V_a = B / G$$

mit  $B, G$ : Bild- bzw. Gegenstandsgröße

$V_a > 1$  Vergrößerung (Lateralvergrößerung)

$0 < V_a < 1$  Verkleinerung

Für die Abbildung durch eine Linse gilt:

$$V_a = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad b; g: \text{Bild- bzw. Gegenstandsweite}$$

Die Gegenstandsgröße verhält sich zur Bildgröße wie die Gegenstandsweite zur Bildweite. Der Bildabstand wächst mit der Vergrößerung.

Bei der Betrachtung von Gegenständen mit dem Auge ist der Sehwinkel für die Größe der Abbildung auf der Netzhaut entscheidend und nicht die tatsächliche Größe. Die Vergrößerung eines optischen Instrumentes wird daher über den Sehwinkel definiert:

$$\text{Vergrößerungsfaktor } V = \frac{\text{Sehwinkel mit Instrument}}{\text{Sehwinkel ohne Instrument}}$$

Als Bezugswert für die Vergrößerung ( $V = 1$ ) wurde willkürlich eine Gegenstandsweite von  $s_0 = 25$  cm, die deutliche Sehweite, gewählt. Damit läßt sich die Vergrößerung für andere Gegenstandsweiten  $g$  vom Auge (kleine Winkel!) definieren mit:

$$V = \frac{s_0}{g}$$

Für die Vergrößerung einer Lupe (Gewinn an Sehwinkel) gilt:

$$V_{\text{Lupe}} = \frac{25 \text{ cm}}{f_{\text{Lupe}}}$$

## Abbildungsfehler

Bei einer idealen Abbildung erfolgt eine geometrisch ähnliche Transformation der Gegenstands- in die Bildpunkte. Fehlerarme Abbildungen lassen sich nur mit Linsensystemen erzielen. Für Linsen und optische Geräte sind u.a. folgende Abbildungsfehler von Bedeutung:

- *Sphärische Aberration*: Äußere Zonen der Linse haben kleinere Brennweiten als achsennahe Zonen.
- *Chromatische Aberration*: Brechungsindex ist frequenzabhängig; damit wird z.B. Brennweite für violett kürzer als für rot.
- *Astigmatismus*: mangelnde Punktförmigkeit
  - (1) infolge Verzerrung schräg einfallender Lichtbündel
  - (2) bei unterschiedlichen Krümmungen der Linse in Ebenen senkrecht zueinander (häufig beim Auge; Korrektur durch Zylinderlinse)
- *Bildfeldwölbung*: Das Bild einer ebenen Fläche wird eine gekrümmte Fläche.
- *Verzeichnung*: Ein Quadrat wird tonnen- oder kissenförmig verzerrt.

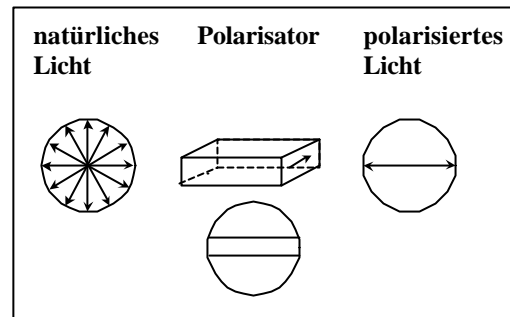
### 3.3 Wellenoptik

Die Erscheinungen der Polarisation, der Interferenz und der Beugung lassen sich nur unter Berücksichtigung des Wellencharakters des Lichtes erklären.

#### Polarisation

Zur Beschreibung der transversalen Lichtwellen ist auch die Angabe der Schwingungsrichtung, d. h. der Schwingungsrichtung des elektrischen Feldvektors, erforderlich. Diese Schwingungsrichtung wird als Polarisationsebene bezeichnet. Natürliches Licht ist unpolarisiert: es existiert keine bevorzugte Schwingungsrichtung.

Licht kann u.a. durch Reflexion, Doppelbrechung, Absorption (Polarisationsfolien) oder Streuung polarisiert werden. Neben linear polarisiertem Licht gibt es auch zirkular und elliptisch polarisiertes Licht, bei dem sich die Schwingungsebene dreht. Nur transversale Wellen lassen sich polarisieren.



*Optisch aktive Substanzen:* Verschiedene Substanzen (z.B. Zuckerlösung) drehen die Polarisationsebene des Lichtes. Diese Drehung hängt von der Wellenlänge des Lichtes, der Konzentration des Stoffes und der Art des Lösungsmittels sowie der Temperatur ab.

Anwendung: Polarimetrie (Konzentrationsbestimmung optisch aktiver Substanzen)

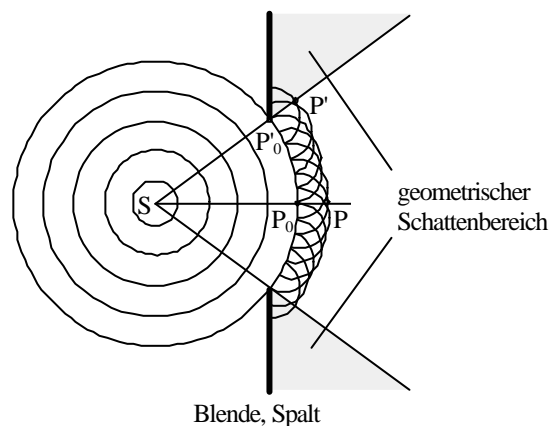
#### Interferenz

Als Interferenz wird die Überlagerung von Wellen verstanden. Interferenz ist für alle Wellenarten möglich und eine wesentliche Eigenschaft der Wellen. Durch Interferenz treten bei Phasenunterschieden Vergrößerungen (Schwingungen in Phase; z.B. Wellenberg trifft auf Wellenberg) oder Verminderungen (Schwingungen in Gegenphase; z.B. Wellenberg trifft auf Wellental) der Wellenamplituden (Maxima und Minima der Interferenz) auf.

#### Beugung

Die Abweichung von der ursprünglichen Ausbreitungsrichtung an Hindernissen oder Öffnungen heißt Beugung. Die Beugung ist durch das Prinzip von Huygens zu erklären.

Bei Beugung an kleinen Objekten entstehen Interferenzen (Beugung am Spalt, am Draht; Beugungsgitter, Gitterspektralapparat, Beugungsspektren).



#### Kohärenz

Die Interferenzfähigkeit von Wellen ist an die Voraussetzung der Kohärenz gebunden. Kohärente Wellen haben feste Phasenbeziehungen (Übereinstimmung in Frequenz und Polarisation). Licht verschiedener Lichtquellen ist nicht kohärent (Ausnahme: Laser). Das Licht einer Lichtquelle ist kohärent und damit interferenzfähig, sofern die Kohärenzlänge nicht überschritten wird.

### 3.4 Optische Geräte und Systeme

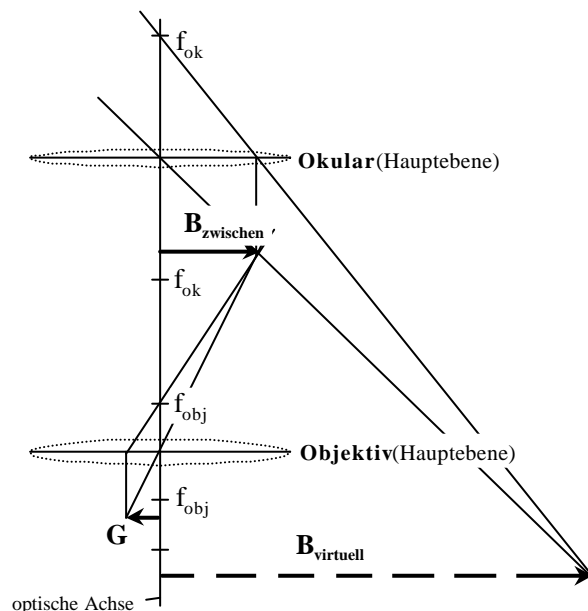
Beispiele aus dem Bereich der Technik: Fernrohr, Projektor, Kamera

In der Medizin sind folgende optische Systeme von besonderer Bedeutung: Lupe, Mikroskop, Auge (Korrektur von Fehlsichtigkeiten). Zur Abbildung und Vergrößerung bei der Lupe (Sammellinse mit großer Brechkraft, Gegenstand innerhalb der einfachen Brennweite, Betrachtung des entstehenden, aufrechten, virtuellen Bildes mit dem Auge, d.h. Abbildung auf der Netzhaut) vgl. Abschnitt 2.1.

#### 3.4.1 Mikroskop (Lichtmikroskop)

##### Aufbau und Strahlengang

Das Mikroskop dient zur Beobachtung und Vermessung von Strukturen im Bereich von 1 mm bis hinab zu  $0,1 \mu\text{m}$ . Die einfache Konstruktion aus zwei Sammellinsen für das Objektiv und das Okular wird nicht mehr verwendet. Es kommen Linsensysteme zur Anwendung (Verminderung der Abbildungsfehler, Feldlinse im Okular, um auch achsenfernere Strahlen zu erfassen: Gesichtsfeldvergrößerung).



Der zwischen einfacher und doppelter Brennweite des Objektivs angeordnete Gegenstand (Objekt) wird als umgekehrtes, vergrößertes reelles Zwischenbild innerhalb der einfachen Brennweite des Okulars abgebildet. Das als Lupe wirkende Okular bildet dieses Zwischenbild als virtuelles aufrechtes vergrößertes Bild ab (um Ermüdung zu vermeiden: Abbildung im Unendlichen). Für die Konstruktion des Strahlenganges werden die Hauptebenen mit den zugehörigen Brennebenen verwendet.

*Zur Bildentstehung im Mikroskop (vereinfachter Strahlengang)*

##### Vergrößerung und Auflösungsvermögen

Die Vergrößerung des Mikroskops (Linearvergrößerung) ergibt sich aus dem Produkt der Vergrößerung von Objektiv und Okular:

$$V = V_{\text{obj.}} \times V_{\text{ok.}}$$

Neben der Vergrößerung ist das Auflösungsvermögen des Mikroskops von Bedeutung. Das Auflösungsvermögen eines optischen Gerätes wird durch den kleinsten Abstand  $d$  von zwei Punkten, die noch getrennt wahrgenommen werden können, definiert:

$$\text{Auflösungsvermögen} = \frac{1}{d}$$

Das Auflösungsvermögen des Mikroskops wird maßgeblich durch das Auflösungsvermögen des Objektivs bestimmt.

Mit der geometrischen Optik lassen sich nicht alle Erscheinungen bei optischen Abbildungen beschreiben. Zum völligen Verständnis ist eine wellenoptische Beschreibung und damit die Einbeziehung von Beugungserscheinungen erforderlich. Vergrößerung/Auflösungsvermögen: Begrenzung durch Beugungserscheinungen.

Der kleinste Abstand  $d$  zweier Punkte, der bei stärkster Vergrößerung im Mikroskop getrennt wahrzunehmen ist, berechnet sich auf wellentheoretischer Grundlage (Helmholtz, Abbe: Berücksichtigung der Beugung bei der Abbildung) zu:

$$d = \frac{\lambda}{n \cdot \sin \alpha}$$

$\alpha$ : halber Öffnungswinkel des vom Objektiv erfassten Strahlenbündels

$n$ : Brechzahl des Stoffes zwischen Objekt und Objekt

$\lambda$ : Wellenlänge des Lichtes

$n \cdot \sin \alpha$ : numerische Apertur des Objektivs, Reduktion des Öffnungswinkels beim Übergang vom optisch dichten zum dünnen Medium

(Grenzwert: Totalreflexion)

Das Auflösungsvermögen lässt sich durch Vergrößerung der numerischen Apertur (Objektive mit großem Öffnungswinkel, Verwendung von Immersionsflüssigkeiten, d.h. großes  $n$ ) oder Verwendung von Licht kleinerer Wellenlänge (UV-Licht: Quarzoptik!, Röntgenmikroskop, Elektronenmikroskop) steigern.

Eine Vergrößerung bis  $V = 1000$  (für UV-Licht bis  $V = 3000$ ) kann noch feine Strukturelemente sichtbar machen (Grenzvergrößerung, förderliche Vergrößerung); darüber hinausgehende Vergrößerungen bringen wegen Überschreitung der Grenze des Auflösungsvermögens (zur Orientierung:  $d \approx$  Lichtwellenlänge) keinen weiteren Informationsgewinn (leere Vergrößerung).

## Objektbeleuchtung

Die Auflösungsgrenze kann nur bei optimaler Objektbeleuchtung erreicht werden, da mit zunehmender Vergrößerung die Lichtstärke sinkt.

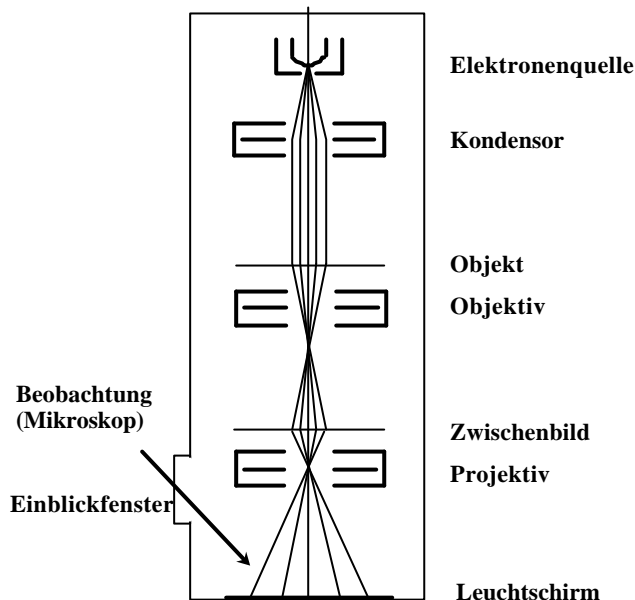
Objektive mit großem Öffnungswinkel ( $\rightarrow$  Lichtstärke, numerische Apertur) und damit großem Linsendurchmesser erfordern auch entsprechend große Kondensoren. Die Leistungsfähigkeit eines Mikroskops wird durch die Anwendung des Köhlerschen Beleuchtungsverfahrens voll ausgenutzt. Beim Köhlerschen Beleuchtungsverfahren werden dem Objektiv Lichtstrahlen großer Neigung (Apertur), durch eine entsprechende Abbildung der Lichtquelle in der Objektebene, zugeführt.

- Absorptionsvermögen (Amplitudenkontrast)
- Adhäsionsfähigkeit gegenüber Farbstoffen; Präparation
- Reflexionsvermögen, Streuung
- Brechzahl (Phasenkontrast): Phasenkontrast- oder Interferenzmikroskopie
- Fluoreszenz: Fluoreszenzmikroskopie
- Polarisation: Polarisationsmikroskopie

### 3.4.2 Elektronenmikroskopie

Im Elektronenmikroskop werden anstelle von Licht Elektronenstrahlen verwendet, die sich optisch wie Licht kleiner Wellenlänge behandeln lassen:

Welle-Teilchen-Dualismus, Materiewellen, De Broglie Wellenlänge, z. B. für ein Elektron mit 10 keV ergibt sich  $\lambda \approx 1,2 \cdot 10^{-7}$  mm (sichtbares Licht: 0,4 - 0,8  $\mu$ m).



Die Elektronen werden mit Hilfe geeignet konfigurierter elektrischer und/oder magnetischer Felder, den Elektronenlinsen, fokussiert und durchlaufen Strahlengänge, die denen der Lichtmikroskope vergleichbar sind. Die Elektronen werden vorzugsweise auf Leuchtschirmen sichtbar gemacht. Die Objekte müssen in das Vakuum des Mikroskops eingebracht werden (Schleuse). Das Auflösungsvermögen liegt um mehrere Zehnerpotenzen über den Grenzwerten der Lichtmikroskope (vgl. Atomdurchmesser: Größenordnung  $10^{-10}$  m).

Die Beanspruchung des Objektes durch den Elektronenstrom kann beträchtlich sein. In vivo Untersuchungen sind daher nicht möglich.

Elektronenmikroskope besitzen wegen ihrer kleinen numerischen Apertur eine große Schärfentiefe.

#### Rasterelektronenmikroskop

Beim Rasterelektronenmikroskop werden die Objekte mit einem fokussierten Elektronenstrahl rasterförmig abgetastet (Fernsehprinzip) und nicht "durchleuchtet" wie beim normalen Elektronenmikroskop. Die auf das Objekt auftreffenden Elektronen lösen Sekundärelektronen (sowie Rückstreuelektronen, Lumineszenzlicht, Röntgenstrahlen u.a.m.) aus, wobei die Intensität von der Oberflächenbeschaffenheit des Objektes abhängig ist. Diese Elektronen werden mit entsprechenden Detektoren aufgenommen, verstärkt und mit der jeweiligen Elektronenstrahlposition synchronisiert auf einer Braunschen Röhre (Helligkeitsmodulation: "Fernsehbild") dargestellt.

Die Auflösung liegt bei 25 nm. Rasterelektronenmikroskopische Aufnahmen zeichnen sich durch eine sehr plastische Darstellung aus.



### 3.5 Strahlung - Lichtstrahlung

Das sichtbare Licht umfasst nur einen kleinen Ausschnitt des Spektrums der elektromagnetischen Wellen. Zur optischen Strahlung (Lichtwellen) werden auch die Bereiche der ultravioletten und der infraroten Strahlung gerechnet. Der Farbeindruck wird von der Frequenz des Lichtes (bzw. der Wellenlänge  $c = \lambda \cdot f$ ; beachte:  $c$  ist vom Medium abhängig!) bestimmt.

Unter **Temperaturstrahlung** (Wärmestrahlung) versteht man jede elektromagnetische Strahlung, die infolge der Temperatur eines Körpers zustande kommt und in ihrer Intensität und spektralen Energieverteilung nur von der Temperatur und der Oberflächenbeschaffenheit des Körpers abhängt.

Es gilt: *Emission*  $\sim$  *Absorption*.

Körper mit einer schwarzen oder grauen Oberfläche emittieren (oder absorbieren) in allen Wellenlängenbereichen. Die Gesamtstrahlungsleistung eines schwarzen Körpers ergibt sich nach dem *Stefan-Boltzmannschen Gesetz*:

$$P = \text{const.} \cdot T^4.$$

Das Intensitätsmaximum der Strahlung verschiebt sich mit wachsender Temperatur zu kürzeren Wellenlängen. Es gilt das *Wiensche Verschiebungsgesetz*:

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = \text{const.} = 2880 \mu\text{m} \cdot \text{K}.$$

**Quantenoptik:** Licht besitzt Eigenschaften, die weder durch ein Wellenmodell noch ein Teilchenmodell allein beschrieben werden können: Licht besitzt sowohl Wellen- als auch Teilchencharakter. Die Wellenoptik kann die Phänomene der Ausbreitung des Lichts im Raum beschreiben. Für die Entstehung des Lichts und seine Wechselwirkungen mit Atomen und Molekülen ist der (quantisierte) Teilchencharakter zu berücksichtigen: Quantenoptik.

**Lichtquanten - Photoeffekt:** Interferenz und Polarisation sind als Nachweis des Wellencharakters des Lichts zu werten. Es gibt jedoch verschiedene Erscheinungen (physikalische Effekte), die sich nicht durch die "klassischen" Eigenschaften einer elektromagnetischen Welle deuten lassen. Als Beispiel ist der äußere Photoeffekt zu nennen: Die im Vakuum von einer Photokathode durch Lichteinwirkung emittierten Elektronen besitzen eine kinetische Energie, die mit zunehmender Frequenz wächst. Eine Emission von Photoelektronen setzt erst bei einer ausreichend hohen Frequenz (Grenzfrequenz  $f_0$ ) ein. Der Photostrom (Photoelektronenanzahl/Zeit) ist der Bestrahlungsstärke proportional. Eine Erklärung dieses Effektes ist nur durch Einführung der Quantenhypothese möglich:

$$W_Q = h \cdot f = h \cdot \omega \quad (\text{Quantenenergie})$$

mit der allgemeinen Naturkonstanten  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 4,1 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$   
(Plancksches Wirkungsquantum).

Energiebilanz des Photoeffektes:  $W_{\text{Photon}} = W_{\text{Austrittsarbeit}} + W_{\text{kin}}$

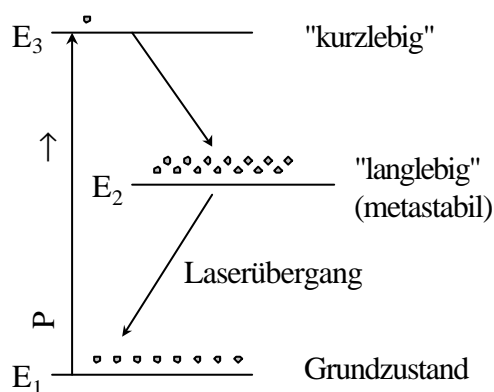
*Die räumliche Ausbreitung des Lichts erfolgt als Welle; Emission und Absorption erfolgen jedoch in Quanten.*

**Energiezustände - Lichtemission:** Nach der Quantenhypothese besteht ein fester Zusammenhang zwischen der Quantenenergie und der elektromagnetischen Strahlung. Sowohl die Emission als auch die Absorption sind "gequantelt". Zum Verständnis dieser Prozesse dient das Bohrsche Atommodell. Nach dem Bohrschen Atommodell sind für die Elektronen der Atomhülle nur diskrete Bahnen mit entsprechenden Energieniveaus erlaubt. Durch Energiezufuhr (z.B. durch Erwärmung) kann ein Elektron auf ein höheres Energieniveau (höhere Bahn) gebracht werden. Nach einer sehr kurzen Verweildauer ( $10^{-15}$ s bis  $10^{-6}$ s) geht es wieder in den Grundzustand über. Dabei wird ein Lichtquant (Photon) mit einer Energie (bzw. einer Frequenz,  $W = h \cdot f$ ) emittiert, die der Differenz der Energieniveaus (Bahnen) entspricht.

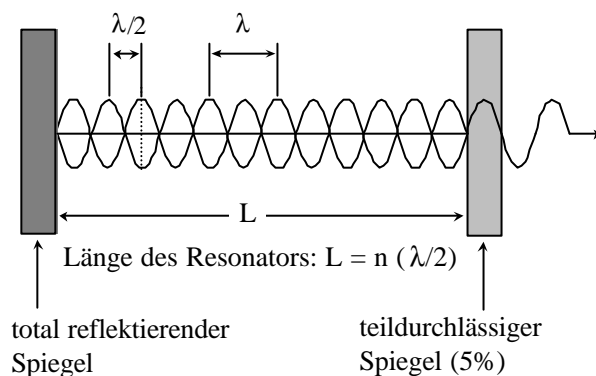
Zur Darstellung der Energieniveaus hat sich das Termschema bewährt. Die Energie der angeregten Elektronen kann auch über mehrere Quantensprünge, d. h. über zwischenliegende Niveaus zurück, emittiert werden. Die einzelnen Strahlungsanteile sind dabei zwangsläufig langwelliger als das anregende Lichtquant: *Lumineszenz, Fluoreszenz, Phosphoreszenz.*

**Laser** (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*): Induzierte Emission von angeregten Atomen, die sich in metastabilen Anregungszuständen (Energieniveaus) befinden.

**Energieniveaus eines 3-Niveaulasers:**



**Schematische Darstellung eines Lasers**



Wichtige Eigenschaften von Laserstrahlen:

- Extrem kleiner Öffnungswinkel,
- hohe Energiedichten (Leistungsdichten bis  $5 \cdot 10^{13} \frac{W}{cm^2}$ , Sonnenlicht:  $5 \cdot 10^2 \frac{W}{cm^2}$ ),
- monochromatisch,
- weitgehend kohärent (Kohärenzlänge  $\approx 10^8$  m, Kohärenzlänge für Licht unter 1m).

Medizinische Anwendung:

- thermisch-optisch: Laserskalpell, Druckwellen  
Koagulation und Verdampfung von Gewebe (z.B.: CO<sub>2</sub>-Laser)  
Augenoperationen (Netzhaut, Linse), HNO, Neurochirurgie
- photochemische Effekte: Proteindenaturierung, lokale Chemotherapie
- Lasermikroskopie

### 3.5.1 Strahlungs- und Lichtmessgrößen (Photometrie)

Mit der Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen im Raum ist immer ein Energietransport verbunden. Eine elektromagnetische Strahlung wird durch ihre Leistung, den *Strahlungsfluss*, charakterisiert. Die weiteren Strahlungsgrößen lassen sich ausgehend vom Strahlungsfluss definieren. Bei der Definition der entsprechenden lichttechnischen Größen ist die spektrale Verteilung der Lichtwahrnehmung zu berücksichtigen.

Die Lichtmessgrößen Lichtstrom, Lichtstärke und Beleuchtungsstärke haben einen starken physiologischen Bezug (Lichtwahrnehmung eines normalsichtigen Beobachters). Auch die Anpassung des Auges an die jeweilige Helligkeit (Adaptation) ist in der Photometrie zu beachten.

Die Strahlungsstärke wird durch ihre Wirkung beim Auftreffen auf Materie ermittelt. Diese physikalische (objektive) Strahlungsmessung ist im Gegensatz zur (subjektiven) Photometrie von der Wellenlänge unabhängig.

#### Strahlungsmessgrößen:

Eine punktförmige Strahlungsquelle emittiere gleichmäßig in alle Raumrichtungen, dann beträgt der in der Sekunde emittierte Energiestrom, der *Strahlungsfluss*  $F$ :

$$F = \frac{\text{Strahlungsenergie}(W)}{\text{Zeit}(t)} \quad \text{Einheit: Watt [W]}$$

Die Strahlstärke  $I$  ist ein Maß für die in den Raumwinkel  $W$  emittierten Strahlungsquanten. In den gesamten Raumwinkel wird der Strahlungsfluss  $\Phi_0 = 4 \cdot \pi \cdot I$  emittiert.

$$\text{Strahlstärke: } I = \frac{F}{W} \quad \text{Einheit: } \left[ \frac{W}{sr} \right]$$

$$(\text{genauer: } I = \frac{dF}{dW})$$

Für den Querschnitt  $A_0$  eines Strahlenbündels lässt sich die *Strahlungsflussdichte*  $j$  (Strahlungsfluss/Querschnittsfläche) bestimmen:

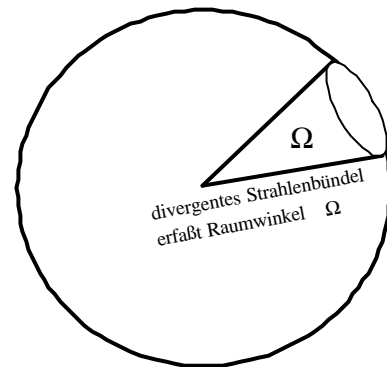
$$j = \frac{F}{A_0} \quad \text{Einheit: } \left[ \frac{W}{m^2} \right]$$

Trifft die Strahlung auf eine Empfängerfläche der Größe  $A$  auf, dann ist für die Wirkung der Strahlung die Orientierung der Fläche zur Strahlungsrichtung (Winkel  $\alpha$ ) zu berücksichtigen.

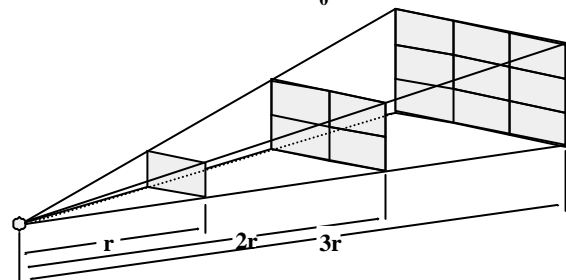
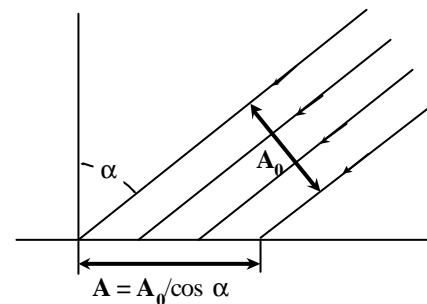
Die *Bestrahlungsstärke*  $E$  ergibt sich damit als:

$$E = \frac{\Phi}{A} = \varphi \cdot \cos \alpha \quad \text{Einheit: } \left[ \frac{W}{m^2} \right]$$

Für punktförmige Strahler ergibt sich wegen  $A \sim r^2$  das bekannte quadratische Abstandsgesetz  $\varphi \sim \frac{1}{r^2}$ .



Raumwinkel  $W = \text{Kugeloberfläche}/r^2$ ,  
Raumwinkel max.  $4 \pi$



Der von einer Fläche ausgehende Energiestrom, die Strahlenstärke pro Flächeneinheit, wird als *Strahldichte*  $L$  (*Strahlungsdichte*) bezeichnet:

$$L = \frac{I}{A \cdot \Omega} \quad \text{Einheit: } \left[ \frac{W}{sr \cdot m^2} \right]$$

Für die Messung der Lichtwahrnehmung, so z.B. der Helligkeit, ist die spektrale Empfindlichkeit des Sehvermögens zu berücksichtigen (maximale Empfindlichkeit im Spektralbereich gelbgrün;  $\lambda \approx 555 \text{ nm}$ ).

Eine objektive Strahlungsmessung ist mit Hilfe von Strahlungsthermoelementen möglich.

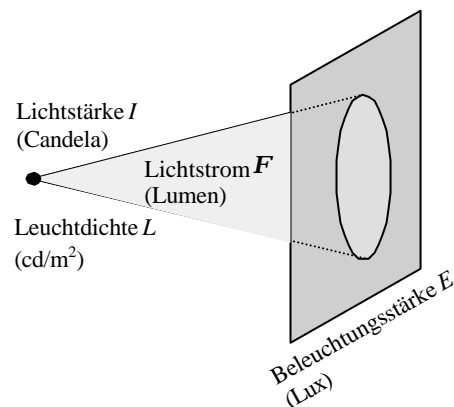
### Lichtmessgrößen

In der Photometrie wird für jede Strahlungsmessgröße die analoge Lichtmessgröße definiert. Für die Lichtmessgrößen werden die gleichen Symbole, jedoch eigene Namen und Einheiten verwendet.

Strahlungsmessgröße	Einheit	Lichtmessgröße	
$F = \Phi$	Strahlungsfluss	W	Lichtstrom Lumen
$I = F/W$	Strahlungsstärke	$W \cdot sr^{-1}$	Lichtstärke Candela [cd]
$L = F/A \cdot W$	Strahldichte	$W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$	Leuchtdichte $cd \cdot m^{-2}$
$E = F/A$	Bestrahlungsstärke	$W \cdot m^{-2}$	Beleuchtungsstärke Lux [lx]
$W$	Strahlungsenergie	J	Lichtmenge $lm \cdot h$

Wegen  $\Phi = I \times W$  und  $E = \frac{F}{A}$  gilt:  $lm = cd \times sr$ ;  $lx = lm/m^2$

Die Einheit der Lichtstärke (Basisgröße, SI-Einheit) 1 Candela [cd] ist durch die Strahlung definiert, die ein sogenannter schwarzer Körper bei  $1770^\circ\text{C}$  (Schmelzpunkt von Platin) emittiert; der schwarze Körper leuchtet bei dieser Temperatur mit einer Leuchtdichte von  $60 \text{ cd/cm}^2$ .



Die Messung der Beleuchtungsstärke erfolgt mit einem Luxmeter (wichtiges Anwendungsbeispiel: Beleuchtungsstärke von Arbeitsflächen).

In der Photometrie sind neben objektiven Verfahren (Photodioden, Photoelemente, Sekundärelektronenvervielfacher) auch subjektive Methoden verbreitet (Vergleich von Lichtmessgrößen, z.B. Fettfleckphotometer; Abschwächung u.a. durch Blenden, Abstandsvariation). Genaue Lichtmessungen auf rein optischem Wege setzen gleiche Farben (gleiche Farbtemperatur) der zu vergleichenden Lichtquellen voraus.

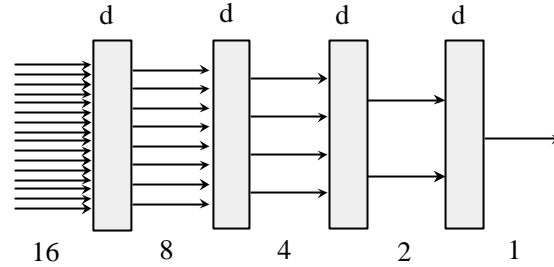
### 3.5.2 Optische Absorption (Extinktion)

Licht (allgemein: eine elektromagnetische Welle) erfährt in der Materie durch Streu- und Absorptionsprozesse eine Schwächung (Extinktion). Diese Schwächung ist substanz- und wellenlängenabhängig. Bei der Absorption wird die Strahlungsenergie in Wärme umgesetzt, und bei der Streuung erfolgt vorwiegend eine Richtungsablenkung der Strahlung (*Rayleigh-Streuung*  $\sim 1/\lambda^4$ ).

Weitere Streuungsarten: *Smekal-Raman-Streuung*, *Compton-Streuung*.

Licht wird beim Durchgang durch eine Substanz (Farbstofflösung) mit zunehmender Schichtdicke  $d$  geschwächt. Es ergibt sich eine Abnahme der ursprünglichen Strahlenstärke  $I_0$  entsprechend einer Exponentialfunktion auf einen Wert  $I$ :

$$I = I_0 \cdot e^{-k \cdot d} \quad \text{Lambertsches Gesetz}$$



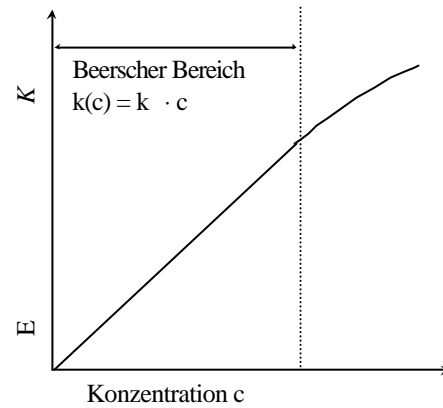
Die Extinktionskonstante  $k$  ist von der Farbstoffkonzentration  $c$  (Lösung nicht zu großer Konzentration) und der Wellenlänge  $\lambda$  abhängig:

$$k(\lambda, c) = K(\lambda) \cdot c \quad \text{Beersches Gesetz}$$

Es ergibt sich das *Lambert-Beersche Gesetz*:

$$I(\lambda, c, d) = I_0 \cdot e^{-K(\lambda) \cdot c \cdot d}$$

Als *Extinktion* wird bezeichnet:  $E = \ln\left(\frac{I_0}{I}\right) = K \cdot c \cdot d$ .



In Abhängigkeit von der Art der Konzentrationsangabe ( $\text{mmol}/\text{cm}^3$  oder  $\text{mg}/\text{cm}^3$ ) und der Verwendung natürlicher und dekadischer Logarithmen erfolgt die Angabe des molaren natürlichen (oder dekadischen) bzw. speziellen natürlichen (oder dekadischen) Extinktionskoeffizienten  $K$  (oder  $e$ ).

Das Lambert-Beersche Gesetz bildet die Grundlage für photometrische Konzentrationsbestimmungen (Spektralphotometer: wesentliche Bestandteile sind Monochromator und Photozelle) in der klinischen Chemie (Zucker, Hämoglobin und Oxyhämoglobin).

### 3.5.3 Temperaturstrahlung

Unter Temperaturstrahlung (Wärmestrahlung) versteht man jede elektromagnetische Strahlung, die infolge der Temperatur eines Körpers zustande kommt und in ihrer Intensität und spektralen Energieverteilung nur von der Temperatur und der Oberflächenbeschaffenheit des Körpers abhängt. Es gilt: *Emission*  $\sim$  *Absorption*.

Körper mit einer schwarzen oder grauen Oberfläche emittieren (oder absorbieren) in allen Wellenlängenbereichen. Die Gesamtstrahlungsleistung  $P$  in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  eines schwarzen Körpers ergibt sich nach dem *Stefan-Boltzmannschen Gesetz*:

$$P = \text{const.} \cdot T^4$$

Das Intensitätsmaximum der Strahlung verschiebt sich mit wachsender Temperatur zu kürzeren Wellenlängen. Es gilt das *Wiensche Verschiebungsgesetz*:  $\lambda_{\text{max}} \cdot T = \text{const.} = 2880 \mu\text{m} \cdot \text{K}$

## 4. Atom- und Kernphysik

### 4.1 Aufbau der Atome

Die Atome bestehen aus einem positiv geladenen Atomkern und einer negativen Elektronenhülle. Da die Zahlen der Hüllenelektronen und der positiven Kernbausteine übereinstimmen, erscheinen die Atome nach außen elektrisch neutral. Die Masse des Atoms entspricht etwa der Masse des Atomkerns, da die Masse der Elektronen viel geringer ( $1/1836$ ) als die der Kernbausteine ist. Wegen des geringen Atomkerndurchmessers ( $\approx 10^{-14}$  m) wird das Volumen der Atome durch die Elektronenhülle bestimmt (Atomdurchmesser  $\approx 10^{-10}$  m). Die Art des chemischen Elements wird durch die positive Kernladungszahl bestimmt; die chemische Reaktionen betreffen nur die Elektronenhülle.

#### 4.1.1 Elektronenhülle - Bohrsches Atommodell

Eine exakte physikalische Beschreibung der Elektronenhülle kann nur auf quantentheoretischer Grundlage erfolgen (Materiewellen, Heisenbergsche Unschärferelation).

Mit Hilfe des Bohrschen Atommodells (und des Pauli-Prinzips) lassen sich jedoch die Atomspektren und das Periodensystem der Elemente sehr anschaulich erklären.

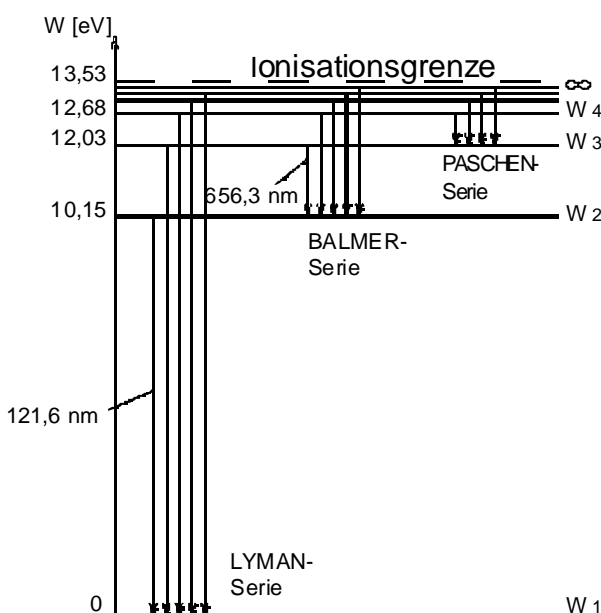
Das Bohrsche Atommodell beinhaltet drei Postulate:

1. Postulat: Es gibt Bahnen (stationäre Zustände) unterschiedlicher Energieniveaus, auf denen die Elektronen ohne Energieverlust um den Kern "kreisen".

2. Postulat: Energieabgabe oder -aufnahme tritt nur beim sprunghaften Übergang eines Elektrons von einer stationären Bahn (Zustand) zu einer anderen ein. Die Energie des ausgestrahlten (absorbierten) Lichtquants (Photons) entspricht der Differenz der Energieniveaus:

$$\Delta W = W_2 - W_1 = h \cdot f$$

3. Postulat: Der Drehimpuls  $L_n$  der stationären Bahnen kann nur ein Vielfaches des Planckschen Wirkungsquantums sein:  $L_n = n \cdot h / (2\pi)$ .



Mit Hilfe des Bohrschen Atommodells lassen sich die Energieniveaus des Wasserstoffatoms berechnen, auch für andere Atome ist eine gute Beschreibung der Spektren möglich. Der Grundzustand ( $n = 1$ ) ist das tiefste Energieniveau, auf dem sich das äußerste Elektron befinden kann. Die höheren Energieniveaus werden als angeregte Zustände bezeichnet und können nur durch eine entsprechende Energiezufuhr (Anregungsenergie) erreicht werden. Mit Erreichen der Ionisationsenergie löst sich das Elektron vom Atom ( $n = \infty$ ).

Wird die Anregungsenergie auf den Grundzustand ( $W = 0$ ) bezogen, so ergibt sich das Termschema, mit dessen Hilfe die Spektren ermittelt werden können.

Termschema des Wasserstoffatoms

Wenn in der Atomhülle mehrere Elektronen vorhanden sind, dann liegen kompliziertere Verhältnisse als beim Wasserstoffatom vor (Beeinflussung der Elektronen untereinander).

Eine genauere Beschreibung der Energieniveaus erfordert die Einführung von weiteren 3 Quantenzahlen (Bahnquantenzahl  $l$ , magnetische Quantenzahl  $m$ , Elektronenspin-Quantenzahl  $s$ ) zusätzlich zur Hauptquantenzahl  $n$ . Weiterhin gilt, dass sich zwei Elektronen eines Atoms mindestens in einer der 4 Quantenzahlen unterscheiden müssen (Pauli-Prinzip). Dieses Prinzip ist für die maximalen Besetzungszahlen der einzelnen Schalen des Atoms von Bedeutung:

Schale:	K	L	M	N	...
$n$ :	1	2	3	4	
maximale Elektronenzahl:	2	8	18	32	

Die Elektronen der äußeren Schale (Valenzelektronen, Leuchtelektronen) sind für die Emission (bzw. Absorption) von Licht im sichtbaren, ultravioletten oder infraroten Bereich verantwortlich. Bei Elektronenübergängen der inneren Schalen (K-, L-Schale) wird elektromagnetische Strahlung höherer Energie emittiert: bei Elementen höherer Ordnungszahl die charakteristische Röntgenstrahlung.

Aus dem Schalenbau der Elektronenhülle und dem Prinzip, dass abgeschlossene Schalen oder Unterschalen mit 8 Elektronen energetisch optimal sind (Edelgaskonfiguration), lässt sich der Aufbau des Periodensystems der Elemente erklären.

#### 4.1.2 Atomkern

Der Atomkern besteht aus Protonen und Neutronen, den Nukleonen ( $Z$ : Kernladungszahl bzw. Ordnungszahl;  $N$ : Neutronenzahl). Die Masse beider Kernbausteine ist etwa gleich groß. Während die Zahl der Protonen die Ordnungszahl im Periodensystem der Elemente bestimmt, entspricht die Nukleonenzahl der Massenzahl  $A$  des Atoms:

$$A = N + Z, \text{ Schreibweise: } \begin{matrix} A \\ Z \end{matrix} X, \text{ z.B.: } \begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \text{He}, \begin{matrix} 16 \\ 8 \end{matrix} \text{O}$$

Zur Überwindung der abstoßenden Coulombkräfte zwischen den Protonen sind Bindungskräfte mit sehr kurzer Reichweite verantwortlich, die Kernkräfte. Kerne mit zu hoher Protonenzahl neigen zur Instabilität [Ordnungszahl  $> 83$ , schwerster stabiler Kern: B: ( $Z = 83$ )]. Die elektrisch neutralen Neutronen sind ebenfalls für die Stabilität des Atomkerns von Bedeutung ("Kitt"). Atomkerne sind nur für ein bestimmtes Verhältnis zwischen Protonen und Neutronen stabil. Daher gibt es für jedes Element bestimmte Neutronenzahlen, bei denen ein stabiler Atomkern existiert. Instabile Atomkerne, die radioaktiv zerfallen, ergeben sich für abweichende Neutronenzahlen.

Atome mit gleicher Ordnungszahl aber unterschiedlichen Neutronenzahlen werden als Isotope bezeichnet. Beispiel: Wasserstoff

$$\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \text{H}: Z = 1, N = 0, A = 1$$

$$\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \text{H}: Z = 1, N = 1, A = 2, \text{Deuterium}$$

$$\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \text{H}: Z = 1, N = 2, A = 3, \text{Tritium (instabil)}$$

Als Nuklid ("Kernsorte") wird ein Atomkern mit gegebener Ordnungs- und Massenzahl bezeichnet.

Beim Zusammenbau des Atomkerns aus Protonen und Neutronen tritt ein Massendefekt auf. Bei der Verschmelzung der Nukleonen zum Atomkern wird aufgrund der Kernkräfte Energie frei. Der damit verbundene Massenverlust ergibt sich nach der Einsteinschen Beziehung zwischen Masse und Energie:

$$W = m \cdot c^2.$$

Die bei Kernumwandlungen freiwerdende Bindungsenergie hängt von der Nukleonenzahl ab (Anwendung: Kernfusion, Kernspaltung).

**Kernspin:** Die Atomkerne ungerader Ordnungszahl besitzen einen Spin, d.h. einen Drehimpuls. Dieser Kernspin ist mit magnetischen Momenten (rotierende elektrische Ladung) verbunden, die aber etwa 2000 mal kleiner als die Atommomente sind. In einem äußeren magnetischen Feld richten sich die Spins parallel zu den Feldlinien aus; infolge des Drehimpulses kommt es zu einer Präzession. Mit einem äußeren magnetischen Wechselfeld kann eine (gequantelte) Resonanzabsorptionen erfolgen. Die Erscheinungen der Kernspinresonanz bilden die Grundlage der Kernresonanzspektrometrie und der Kernspin(resonanz)-Tomographie; auch als NMR-Tomographie (Nuclear Magnetic Resonance) bezeichnet (vgl. 5.3.1).

## 4.2 Radioaktivität

Unter Radioaktivität versteht man den spontanen Zerfall instabiler Atomkerne. Der Kernzerfall ist mit der Freisetzung von Energie, die als radioaktive Strahlung abgegeben wird, verbunden. Neben über 260 stabilen Nukliden gibt es über 1000 instabile, radioaktive Nuklide. Die Elemente mit  $Z = 43$ ,  $Z = 61$  und alle mit  $Z > 83$  besitzen nur instabile Isotope.

Der beim radioaktiven Zerfall, d.h. unter Aussendung radioaktiver Strahlung neugebildete Kern kann wiederum instabil sein und unter weiterer Aussendung radioaktiver Strahlung zerfallen.

Beim Kernzerfall können folgende Strahlungsarten auftreten:

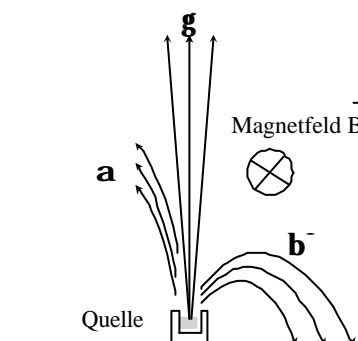
$\alpha$ -Strahlung: doppelt positiv geladene Heliumkerne

$\beta$ -Strahlung: Emission eines hochenergetischen Elektrons ( $\beta^-$ ) oder eines Positrons ( $\beta^+$ ), zusätzlich entstehen beim  $\beta^-$ -Zerfall ein Antineutrino bzw. beim  $\beta^+$ -Zerfall ein Neutrino.

$g$ -Strahlung: energiereiche (extrem kurzwellige) elektromagnetische Strahlung (MeV) infolge von vorangegangenen Kernumwandlungen.

$e^-$ -Einfang: auch als K-Einfang bezeichnet; Übergang eines Protons in ein Neutron durch Einfang eines Elektrons aus der K-Schale, Reduktion der Ordnungszahl  $Z$  um 1, bei gleichbleibender Massenzahl  $A$ , auch beim K-Einfang: Neutrino-Emission, durch Auffüllung der K-Schale entsteht ein Röntgenquant. Der K-Einfang dominiert bei Elementen hoher Ordnungszahl.

Im elektrischen und im magnetischen Feld werden  $\alpha$ -Strahlen und  $\beta$ -Strahlen abgelenkt,  $g$ -Strahlung erfährt keine Ablenkung.





### 4.2.1 natürliche Radioaktivität

Die natürlich vorkommenden radioaktiven Isotope zerfallen unter Aussendung von  $\alpha$ -,  $\beta$ - oder  $\gamma$ -Strahlung.

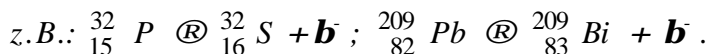
Man kennt vier radioaktive Zerfallsreihen ("Familien"), davon sind nur drei natürlichen Ursprungs: Thorium-, Uran-Radium- und Uran-Actinium-Reihe.

**$\alpha$ -Zerfall:** Da  $\alpha$ -Teilchen doppelt positiv geladene Heliumkerne  ${}^4_2\text{He}$  sind, verringert sich die Ordnungszahl eines radioaktiven Nuklids bei der Emission von  $\alpha$ -Teilchen um 2 und die Massenzahl um 4:



**$\beta$ -Zerfall:** Die beim  $\beta$ -Zerfall emittierten Elektronen stammen aus dem Atomkern durch die Umwandlung eines Neutrons in ein Proton und ein Elektron:  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ .

Da das Proton im Kern verbleibt, erhöht sich beim  $\beta^-$ -Zerfall die Ordnungszahl um 1 bei gleichbleibender Massenzahl.



Die  $\beta^+$ -Umwandlung gibt es nur bei künstlichen radioaktiven Nukliden. Sie erfolgen bei zu geringem Neutronenüberschuß, insbesondere bei leichten Kernen, z.B.:  ${}^{18}_9\text{F} \rightarrow {}^{18}_8\text{O} + e^+ + \nu_e$

Beim  $\alpha$ - und  $\beta$ -Zerfall finden Umwandlungen von Elementen statt. Die  $\gamma$ -Strahlung ist nicht mit einer Umwandlung der Elemente (Ordnungs- und Massenzahl bleiben gleich!) sondern mit einem Energieumsatz im Atomkern (Übergang von Kernenergie-Niveaus) verbunden.

### 4.2.2 Gesetz des radioaktiven Zerfalls

Der radioaktive Zerfall ist ein zufallsbedingter stochastischer Prozeß, der statistischen Gesetzmäßigkeiten folgt: Es gibt keine "Atomkernalterung", der Zerfall ist unabhängig von "Nachbarn" und physikalischen Größen.

Wegen:  $N(t) = dN / dt = -\lambda N(t)$  ergibt sich durch Integration:

$$N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t} = N_0 \times e^{-t / \tau}$$

$N(t)$ : Anzahl der zur Zeit  $t$  vorhandenen radioaktiven Atome des Nuklids;  $N_0 = N(0)$ : Anzahl zu Beginn ( $t = 0$ );

$\lambda$ : Zerfallskonstante des Nuklids [Einheit: 1/s];

nach der *Halbwertszeit*  $T_H$  ist die Hälfte der ursprünglich

vorhandenen Kerne zerfallen:  $N(T_H) = N_0/2, \lambda = (\ln 2) / T_H$

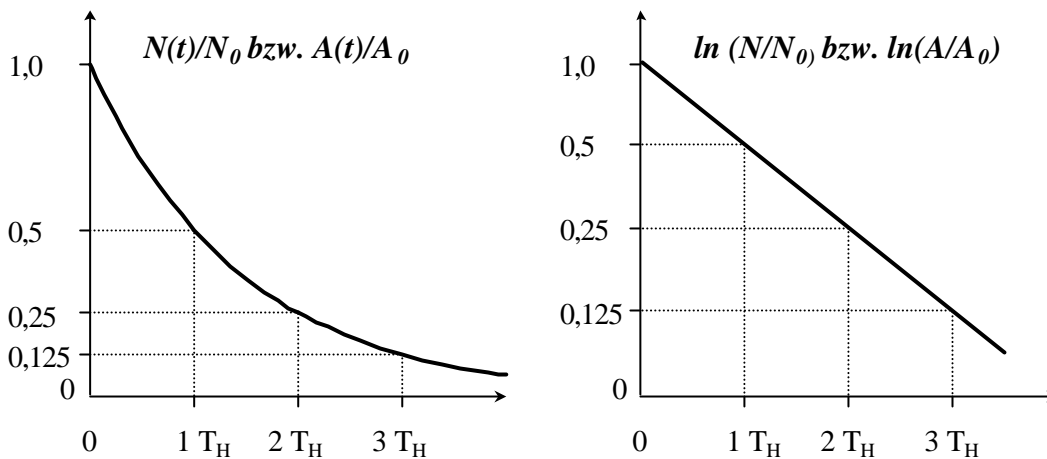
$\tau = 1/\lambda$ : mittlere Lebensdauer der radioaktiven Kerne,

Es gilt:  $\tau = 1,44 T_H$

Die (negative) Zerfallsgeschwindigkeit eines radioaktiven Nuklids heißt *Aktivität*  $A$ : Zahl der Zerfallsakte/Sekunde,

Einheit: [1/s] oder Becquerel [Bq]

früher: Curie (Ci) : 1 Ci =  $3,7 \cdot 10^{10}$  Bq (Aktivität von 1g Ra)



Da die Aktivität mit der Zahl der noch vorhandenen radioaktiven Atome sinkt, gilt für den Zusammenhang mit der Zerfallskonstanten:

$$A(t) = -dN / dt = \lambda \times N = N_0 \times \lambda \times e^{-\lambda \times t} = A_0 \times e^{-\lambda \times t},$$

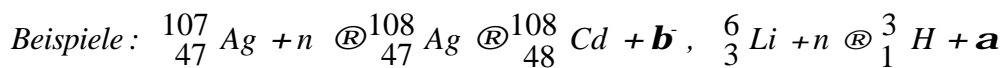
oder auch

$$\ln A(t) = -\lambda \times t + \ln A_0$$

### 4.2.3 künstliche Radioaktivität

Die in der Natur vorhandenen radioaktiven Nuklide sind überwiegend Elemente höherer Ordnungszahlen. Durch Bestrahlung von Atomkernen stabiler (nicht radioaktiver) Nuklide können infolge von Kernumwandlungen instabile, d.h. radioaktive Isotope erzeugt werden (künstliche Radioaktivität).

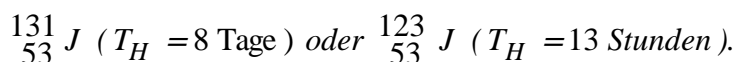
Mit geladenen (Kern-)Teilchen ist das wegen der Coulomb-Abstoßung nur für hohe Energien möglich (Teilchenbeschleuniger, einige MeV). Die Kernumwandlungen gelingen mit den (elektrisch neutralen) Neutronen viel leichter. Diese Umwandlungen sind für langsame (energiearme) Neutronen besonders effektiv (hohe Aufenthaltswahrscheinlichkeit). Zur Erzeugung künstlicher radioaktiver Isotope werden abgebremste Neutronen aus Kernreaktoren verwendet (Moderatoren: Graphit, Wasser, Paraffin).



Kurzlebige radioaktive Isotope werden zur Markierung chemischer Verbindungen verwendet. Chemisch verhält sich ein radioaktives Isotop bis zu seinem Zerfall wie ein stabiles vom gleichen Element. Mit Hilfe seiner radioaktiven Strahlung kann jedoch der Aufenthaltsort verfolgt werden: radioaktive Tracer.

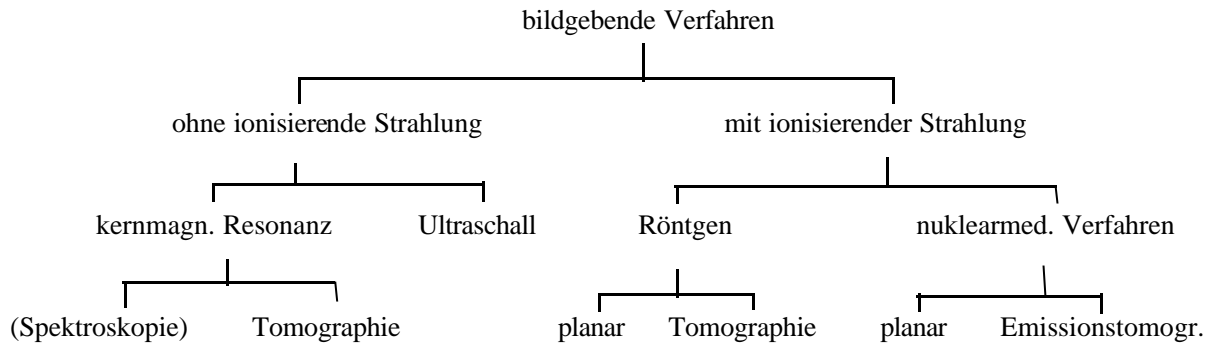
Anwendung in der Nuklearmedizin: stoffwechselabhängige Anlagerung, Nachweis durch Szintigramm,

Beispiel: Schilddrüsendiagnostik mit Hilfe von



## 5 Bildgebende Verfahren

Die verschiedenen bildgebenden Verfahren lassen sich nach den unterschiedlichsten Merkmalen klassifizieren. Unabhängig von den jeweils benutzten Techniken der Bilderzeugung und Bildverarbeitung, die für viele Methoden sehr ähnlich sind, sollen hier die einzelnen Verfahren ausgehend von ihren physikalischen Grundlagen erläutert werden.



**direkte Abbildung:** Bei den direkten Verfahren wird das Bild Punkt für Punkt parallel oder sequentiell in einem oder mehreren Schritten geometrisch so abgebildet, daß es direkt für das menschliche Auge sichtbar wird. Dazwischen können mehrfach die Übertragungsmedien wechseln. Die direkte Abbildung ist gekennzeichnet durch eine unmittelbare (direkte) Zuordnung von Objektpunkten zu Bildpunkten. Für die eigentliche Bildentstehung sind keine mathematischen Operationen nötig. Im Rahmen der weiteren Bildverarbeitung kann eine rechentechnische Bearbeitung des Bildes erfolgen.

*Beispiel: planares Röntgen, Röntgenbildverstärker*

**digitale Bilderzeugung:** Die digitale Bilderzeugung ist ein Verfahren der rechnergestützten Darstellung von Messwerten unter Berücksichtigung ihres Entstehungsortes. Das eigentliche durch den Menschen visuell aufnehmbare Bild entsteht erst als Ergebnis eines aufwendigen mathematischen Prozesses. Der als Grundlage für die Bildberechnung dienende Datensatz kann unter verschiedensten Gesichtspunkten und Randbedingungen mathematisch bearbeitet werden, so dass aus einem Datensatz sehr unterschiedliche Bilder (z.B. verschiedene Schnittebenen) gewonnen werden können. Das Verfahren beruht auf der Idee, Bilder in eine Serie von elementaren Bildelementen (PIXEL = Picture-X-Element, X ist eine Einfügung) zu zerlegen. Das Bild besteht nach dieser Zerlegung aus einer Matrix mit  $(m,n)$  Pixels. Jedes Pixel trägt neben seinen Lagekoordinaten  $(m,n)$  noch Informationen über den Schwärzungsgrad oder die Farbe. Diese Zusatzinformation ist der Träger der eigentlichen physikalischen Messgröße (z.B. Strahlenintensität oder Relaxationszeit).

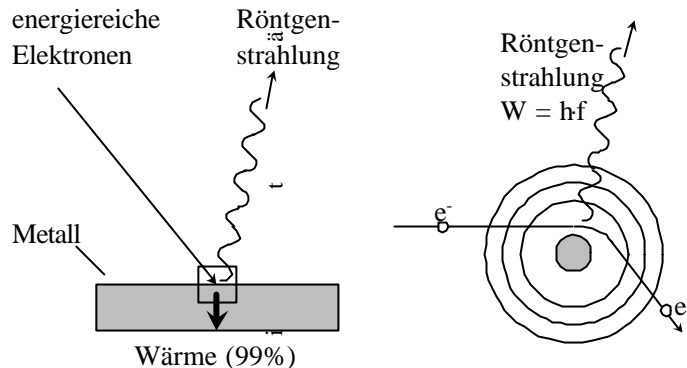
*Beispiel: Computertomographie*

## 5.1 planares Röntgen

Entdeckung der Röntgenstrahlung 1895 durch W. C. Röntgen.

### 5.1.1 Erzeugung der Röntgenstrahlung

Röntgenstrahlen entstehen beim Aufprall energiereicher Elektronen auf ein Material (Metall). Bei der Wechselwirkung mit den Atomen erfolgt eine Umwandlung der kinetischen Energie in Röntgenstrahlung, jedoch wird der größte Teil der Energie in Wärmeenergie umgewandelt (über 99 %).

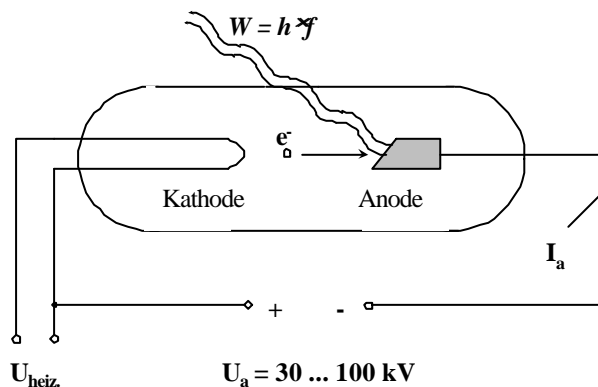


Zur Erzeugung von Röntgenstrahlen dienen vorwiegend Röntgenröhren. Daneben werden für die Erzeugung energiereicher Röntgenstrahlung (therapeutischer Einsatz) zur Elektronenbeschleunigung das *Betatron* und der *Linearbeschleuniger* eingesetzt.

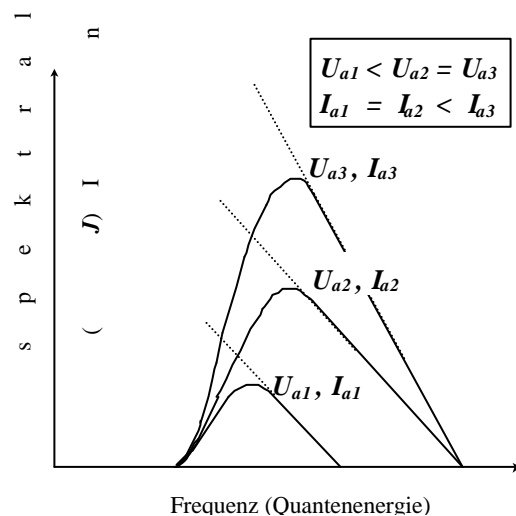
*Röntgenröhre:* In einem evakuierten Glaskolben werden die aus der Glühkathode austretenden Elektronen im elektrischen Feld zur Anode beschleunigt (Anodenspannung 30 ...300 kV) und prallen dort mit hoher Geschwindigkeit auf. Die mit unelastischen Stößen verbundene Abbremsung auf einer nur wenige Atomabstände betragenden Strecke ist mit der Aussendung einer elektromagnetischen Strahlung verbunden, die kurzwelliger als das UV-Licht ist. Die entstehenden Röntgenquanten besitzen eine Energie

$$W_{kin} = e_0 \cdot U \text{ [eV]}; 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Js},$$

die der Beschleunigungsspannung  $U$  zwischen Kathode und Anode entspricht. Die entstehende Röntgenbremsstrahlung kann nach  $W = h \cdot f = e_0 \cdot U$  in Abhängigkeit von der Anodenspannung maximal eine Frequenz  $f_{max}$  besitzen: Für das kontinuierliche Spektrum der Bremsstrahlung existiert eine kurzwellige Grenze.



Röntgenröhre (schematisch)



Röntgen-Bremspektrum in Abhängigkeit von  $U_a$  und  $I_a$

Es gilt: Mit Steigerung der Anodenspannung verschiebt sich die Grenze des Spektrums zu kürzeren Wellenlängen bzw. höheren Frequenzen, die Röntgenstrahlung wird härter und infolge der höheren durch die Elektronen umgesetzten Leistung zusätzlich intensiver.

Unabhängig von der Anodenspannung  $U_a$  hängt die Intensität  $J$  (Strahlungsfluss  $F$ ) vom Röhrenstrom  $I_a$ , der durch den Emissionsstrom der Kathode ( $\sim$  Heizstrom) steuerbar ist, ab. Es gilt:

$$J \sim I_a \cdot U_a^2 \cdot Z. \quad Z: \text{ Ordnungszahl des Anodenmaterials}$$

Zusammenhang zwischen Strahlenhärte, Wellenlänge  $\lambda$  und Röhrenspannung  $U_a$ :

Strahlenhärte	Wellenlänge $\lambda$ [ $10^{-12}$ m]	Röhrenspannung $U_a$ [kV]
sehr weich	> 60	< 20
weich	60 ..... 20	20 ..... 60
mittelhart	20 ..... 8	60 ..... 150
hart	8 ..... 3	150 ..... 400
sehr hart	3 ..... 0,4	400 ... 3000
ultrahart	< 0,4	> 3000 *)

\*)Erzeugung mit Linearbeschleuniger oder Betatron.

Für den Wirkungsgrad  $h$  der Umwandlung der kinetischen Energie der Elektronen in Röntgenstrahlung gilt:

$$h \sim Z \cdot U_a$$

Weniger als 1 % der verbrauchten elektrischen Leistung wird in Röntgenstrahlenleistung umgesetzt, d.h. der weitaus größte Teil der zugeführten elektrischen Energie wird in der Anode in Wärme umgewandelt.

Das Bremspektrum ist vom Anodenmaterial unabhängig. Dem Bremspektrum ist das Spektrum der charakteristischen Röntgenstrahlung überlagert. Diese Strahlung ist für das Material der Anode charakteristisch. Das Spektrum besteht aus diskreten Spektrallinien, die durch Elektronenstoßanregung der energiereichen inneren Schalen (vorwiegend K-Schale, K-Serie) der Atome des Anodenmaterials entstehen.

Beachte: Abhängigkeit der Quantenenergie und damit der Wellenlänge der K-Serien von der Ordnungszahl  $Z$ :

Element:	Al	Cu	W	Pb
Ordnungszahl: $Z$ :	13	29	74	82
Quantenenergie (keV)	1,55	8.9	69	88
Wellenlänge (nm)	83	15,4	2,1	1,65

Für diagnostische und therapeutische Zwecke wird der Bereich des Bremspektrums der Röntgenstrahlen verwendet. Die charakteristische Röntgenstrahlung besitzt wegen ihrer Unabhängigkeit von den chemischen Bindungen bei der Spektralanalyse eine besondere Bedeutung.

### 5.1.2 Eigenschaften und Nachweis

Röntgenstrahlen sind elektromagnetische Wellen mit hoher Energie. Ultraharte Röntgenstrahlung, wie sie mit Beschleunigern erzeugt wird, kann noch höhere Energien (40 MeV) als die beim radioaktiven Kernzerfall entstehenden  $\gamma$ -Quanten (maximal 1,3 MeV) aufweisen. Als  $\gamma$ -Strahlen werden elektromagnetische Wellen sehr hoher Energie unabhängig von ihrer Entstehung bezeichnet. Die Eigenschaften der  $\gamma$ -Strahlung hängen ausschließlich von der Energie bzw. von der Frequenz ( $E = h \cdot f$ ) ab. Die Durchdringungsfähigkeit von Materie (Eindringtiefe) nimmt mit der Strahlungsenergie zu. Zum Nachweis der Röntgen- bzw.  $\gamma$ -Strahlung werden verwendet:

- Schwärzung eines fotografischen Filmes
- direkte Sichtbarmachung durch Fluoreszenz (z.B. Natriumjodid-Kristalle)
- Ionisationskammer
- Geiger-Müller-Zählrohr

### 5.1.3 Wechselwirkungen zwischen Strahlung und Materie

Für eine (monoenergetische, parallele)  $\gamma$ -Strahlung nimmt die Intensität  $J$  exponentiell mit der durchstrahlten Schichtdicke  $d$  ab:

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu \cdot d}, \quad \mu: \text{materialspezifischer Absorptionskoeffizient (m}^{-1}\text{)}.$$

Während die Absorption (Abschirmwirkung) mit der Ordnungszahl  $Z$  wächst, nimmt die Durchdringungsfähigkeit mit der Strahlenhärte zu, es gilt (empirisch):  $\mu \sim I^3, Z^3$  (Blei zur Abschirmung).

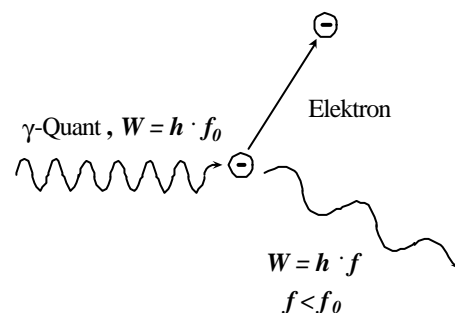
Als Halbwertsschichtdicke  $d_H$  wird die Schichtdicke bezeichnet, nach der die Intensität  $J$  auf die Hälfte reduziert ist (vgl. Halbwertszeit).

Beim Durchgang von Röntgen- bzw.  $\gamma$ -Quanten durch Materie sind vier Arten der Wechselwirkung von Bedeutung, wobei immer eine Wechselwirkung einzelner Quanten mit einzelnen Atomen oder Elektronen vorliegt: Absorption, Streuung (klassisch), Compton-Streuung, Paarbildung. Weiterhin können bei sehr hoher Quantenenergie ( $> 6$  MeV) Kernumwandlungsprozesse ausgelöst werden.

**Absorption:** Die Quantenenergie wird an Elektronen der Atomhülle weitergegeben, die aus der Atomschale herausgeschlagen werden: Photoeffekt. Diese Sekundärelektronen besitzen eine hohe kinetische Energie ( $E_{kin} = h \cdot f - W_{aus}$ ) und entsprechen damit einer  $\beta$ -Strahlung. Werden Elektronen aus inneren Schalen herausgeschlagen, dann kann Röntgenstrahlung entstehen (Röntgenfluoreszenz).

**Streuung:** Bei der klassischen Streuung tritt eine Richtungsablenkung der Photonen auf, ohne dass Energieverluste entstehen. Die Streuung für Röntgenstrahlung ist beträchtlich (Zunahme etwa mit der 4. Potenz der Frequenz).

**Compton-Streuung:** Unter dem Comptoneffekt versteht man die Streuung von Photonen an freien Elektronen. Die Elektronen der Atomhülle sind für die hochenergetischen  $\gamma$ -Quanten nahezu "frei". Bei den elastischen Stößen der  $\gamma$ -Quanten (Korpuskel, Dualitätsprinzip) mit den Elektronen erfolgt eine teilweise Energieübergabe und eine Richtungsablenkung der Strahlung.

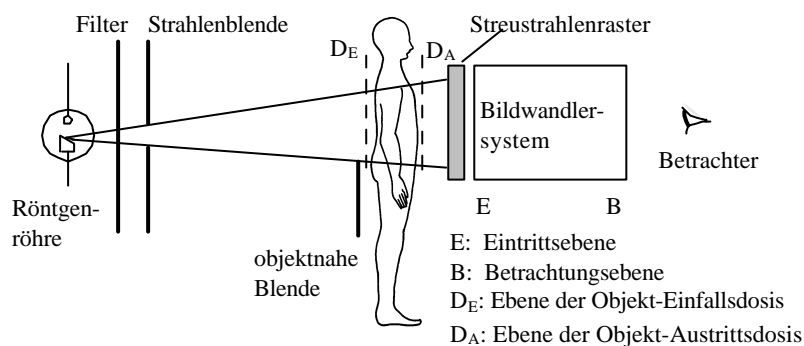


**Paarbildung:** Quanten mit sehr hoher Energie ( $> 1,02 \text{ MeV}$ ) können durch Umwandlung in Masse "verschwinden" (Äquivalenz von Masse und Energie:  $E = m \cdot c^2$ , Äquivalentmasse eines Elektrons:  $511 \text{ keV}$ ). Es entsteht ein Paar aus einem Elektron und einem Positron. Die Positronen (Antimaterie) zerstrahlen in zwei entgegengerichtete  $\gamma$ -Quanten von je  $511 \text{ keV}$ .

### 5.1.4 Röntgendiagnostik

Eine Röntgenanlage der (klassischen) Röntgendiagnostik besteht aus 3 Komponenten:

- Röntgenröhre mit Röntgengenerator zur Energieversorgung
- Bildwandlersystem (Umwandlung des unsichtbaren Röntgenstrahlenbildes nach Durchdringung des Patienten in das für das menschliche Auge sichtbare Bild)
- Mechanische Konstruktion (geometrische Zuordnung von Röhre, Patient und Strahlungsempfänger)



Röntgenanlage (schematisiert)

Die in der Röntgenröhre erzeugte Strahlung passiert zunächst zur Aufhärtung ein Filter und wird dann durch ein verstellbares Blendensystem auf eine zur Abbildung erforderliche Feldgröße beschränkt, um das bestrahlte Volumen auf den für die Diagnostik wesentlichen Anteil zu beschränken (Verminderung der Strahlenbelastung des Patienten).

Die in der Röntgenröhre erzeugte Strahlung passiert zunächst zur Aufhärtung ein Filter und wird dann durch ein verstellbares Blendensystem auf eine zur Abbildung erforderliche Feldgröße beschränkt, um das bestrahlte Volumen auf den für die Diagnostik wesentlichen Anteil zu beschränken (Verminderung der Strahlenbelastung des Patienten). Durch objektnahe Blenden kann eine weitere Reduzierung der Strahlendosis erreicht werden (z.B. Reduzierung der Gonadendosis). Danach trifft die Röntgenstrahlung auf den Patienten (Objekt) auf. Durch Absorption und Streuung wird die Energieflussdichte der Strahlung abhängig von der Härte der Röntgenstrahlung (Röntgenröhrenspannung) bis auf einige Prozent geschwächt. Die für die Bilderzeugung erforderliche Austrittsdosis wird durch die Empfindlichkeit des sich anschließenden Bildwandlersystems bestimmt. Vor dem Bildwandlersystem wird ein Streustrahlenraster angeordnet, um den Anteil der Streustrahlung zu vermindern. Als Bildwandler dient im einfachsten Fall ein Durchleuchtungsschirm. Vorwiegend finden jedoch der Röntgenfilm (mit Verstärkerfolie) oder Röntgenbildverstärker Verwendung. Folgende Eigenschaften der Röntgenröhre sind für die Bildqualität von besonderer Bedeutung:

- Härte der Röntgenstrahlung (Durchdringungsfähigkeit) Einstellung über Spannung der Röntgenröhre
- Strahlenintensität (Dosisleistung) Einstellung über den Röntgenröhrenstrom (Heizstrom).
- Brennfleckgröße, von Bedeutung für Kontrast- und Auflösungsvermögen.

In einer Röntgenanlage befindet sich die Röntgenröhre in einem Schutzgehäuse, das dem Strahlenschutz, dem Implosionsschutz, der Hochspannungsisolation sowie zur Kühlung und Temperaturüberwachung dient.

Röntgenröhre/Röntgeneratore: Die Qualität einer Röntgenaufnahme (Kontrast, Detail-, Erkennbarkeit, Bewegungsunschärfe) werden auch durch den Röntgeneratore bestimmt. Der Röntgeneratore dient zur Spannungsversorgung der Röntgenröhre (Hochspannungserzeugung, Röhrenheizstrom) einschließlich der Bedien-, Steuer- und Regelungselemente.

Die bildgebende Dosis  $D$  wird durch den Röhrenstrom  $I$ , die Anodenspannung  $U$  und die Belichtungszeit  $T$  bestimmt.

$$D \sim U^n \cdot I \cdot T, \quad \text{mit abnehmender Spannung wird } n \text{ größer: } n = n(U),$$

für  $U = 150\text{kV}$  ist  $n = 3$ ,  
für  $U = 50\text{kV}$  ist  $n = 5$ .

Streustrahlung: Die den Patienten durchdringende Röntgenstrahlung erfährt neben einer Absorption auch eine Streuung. Diese Streustrahlung überlagert sich dem Absorptionsbild der Röntgenstrahlung. Die Verminderung der Streustrahlung ist durch Beschränkung des Nutzstrahlenbündels (Verwendung von Blenden) und durch den Einsatz von Streustrahlenrastern (optimal: fokussierte Streustrahlenraster) möglich.

Verstärkerfolien: Infolge des großen Durchdringungsvermögens von Röntgenstrahlen wird nur ein geringer Anteil der Strahlung (ca. 1 %) bei fotografischen Aufnahmen von der Emulsionsschicht des Röntgenfilms absorbiert (geringe Schwärzung). Da die Filmmaterialien für sichtbares Licht eine höhere Empfindlichkeit besitzen, kann die zur Belichtung des Films erforderliche Dosis durch Konvertierung der Röntgenstrahlung in sichtbares Licht vermindert werden. Diese Konvertierung erfolgt mit speziellen Lumineszenzstoffen, die auf Folien (Verstärkerfolien) aufgebracht sind, die während der Röntgenaufnahme unmittelbar auf dem Film aufliegen. Die verwendeten beidseitig mit lichtempfindlicher Emulsion beschichteten Röntgenfilme werden zwischen zwei Verstärkerfolien gelegt. Die Verstärkerfolien tragen zu etwa 97 % zur Schwärzung des Films bei. Die Röntgenstrahlendosis kann durch Verwendung von Verstärkerfolien um den Faktor 10 bis 20 reduziert werden. Die Verstärkerfolientechnik ermöglicht weiterhin kürzere Belichtungszeiten und damit eine Verminderung von Bewegungsunschärfen.

Belichtungsautomatik: Für eine optimale Filmbelichtung muß bei einer vorgegebenen Röntgenröhrenspannung das Produkt von Belichtungszeit und Röhrenstrom korrekt eingestellt werden. Durch Verwendung einer Belichtungsautomatik auf Basis einer Dosisleistungsmessung (z.B. mit Ionisationskammer) können die entsprechenden Werte garantiert werden.

Röntgenbildverstärker: Seit Entdeckung der Röntgenstrahlen im Jahre 1895 wurde eine neue Qualität der Röntgendiagnostik durch den Einsatz von Röntgenbildverstärkern möglich. Der Röntgenbildverstärker ist eine Vakuumröhre, in der das Röntgenbild in ein sichtbares Bild hoher Leuchtdichte umgewandelt wird. In der Bildwandlerröhre wird der Leuchtstoff eines Eingangleuchtschirms durch die Röntgenstrahlung zur Lumineszenz angeregt. Die von einer im Kontakt mit dem Eingangleuchtschirm angeordneten Durchsichtsfotokatode emittierten Fotoelektronen werden zur Anode beschleunigt (25 - 35 kV) und optisch auf einen Ausgangleuchtschirm mit hoher Leuchtdichte abgebildet. Dieses Bild wird mit einer nachgeschalteten Videokamera für eine weitere Auswertung aufgenommen. Dieses mit der Videokamera aufgenommene Bild kann auf einem Sichtgerät (Fernseh Bildschirm) dargestellt werden (Röntgen-



fernsehen). Von großem Vorteil für die moderne Röntgendiagnostik sind die Möglichkeiten einer Verarbeitung und Speicherung der Bildinformationen mit Computern (*vgl. Bildverarbeitung*).

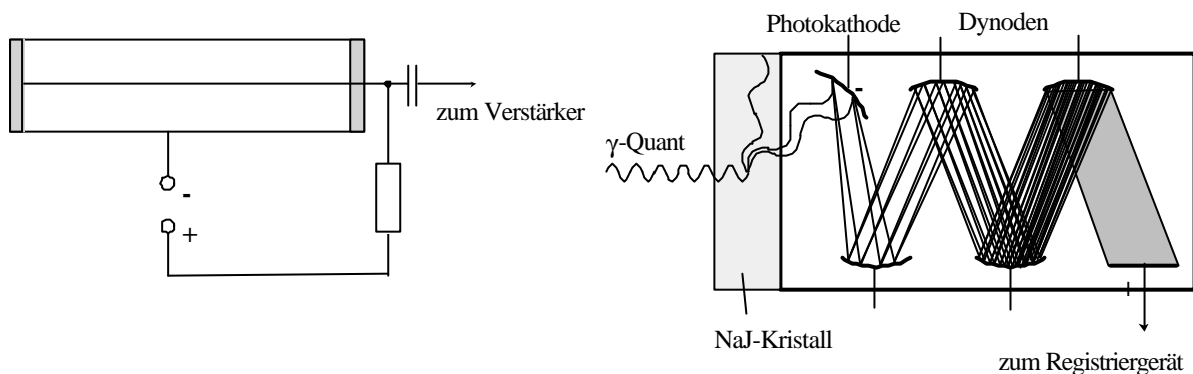
## 5.2 Nuklearmedizin

In der Nuklearmedizin werden *offene* radioaktive Substanzen für diagnostische und therapeutische Zwecke eingesetzt. Diese Substanzen werden dem Patienten oral, durch Injektionen, oder auch durch Inhalation verabreicht. Der Patient wird damit selbst zur Strahlenquelle. Den Grundsätzen der Strahlenanwendung folgend dürfen nur so geringe Mengen eingesetzt werden, wie sie zur Diagnostik oder zur Therapie notwendig, aber andererseits so gering sind, dass die Strahlung für den Patienten und seine Umgebung kein Risiko bedeutet.

### Messtechnik:

Geiger-Müller-Zählrohre erlauben den Nachweis von Einzelimpulsen, sie werden in der Nuklearmedizin in Monitoren zur Strahlungsüberwachung bei niedrigen Pegeln eingesetzt.

Eine große Bedeutung kommt in der Nuklearmedizin den Szintillationsdetektoren zu. Szintillationsdetektoren werden für den empfindlichen Nachweis der Photonenstrahlung verwendet. Das große Energieauflösungsvermögen von *Szintillationsdetektoren* ermöglicht zwischen Photonenstrahlungen verschiedener Radionuklide sowie zwischen gestreuter und ungestreuter Strahlung zu unterscheiden. Der Szintillationskristall aus NaJ ist licht- und luftdicht gekapselt.



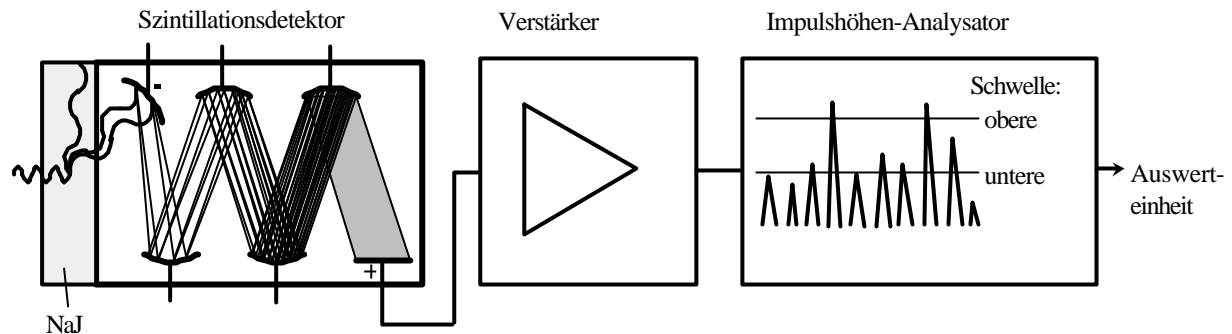
*Geiger-Müller-Zählrohr (schematisch)*

*Szintillationsdetektor (schematisch)*

Die durch Wechselwirkung der Photonen im Kristall entstehenden Photo- und Comptonelektronen erzeugen im Kristall ein Fluoreszenzlicht, das auf die Photokathode eines Photovervielfachers geleitet wird und dort wiederum Elektronen erzeugt. Entsprechend dem Prinzip der Sekundärelektronenvervielfachung werden an jeder Dynode zusätzliche Elektronen erzeugt. Die am Ausgang entstehenden Spannungssignale sind der erzeugten Lichtmenge und damit der im Kristall abgegebenen Photonenenergie proportional. Nach entsprechender Verstärkung der Impulse erfolgt eine Impulshöhenanalyse. Das entstehende Impulshöhenspektrum (*Szintillationsspektrometer*) charakterisiert die Verteilung der im Kristall absorbierten Energie.

Eine große Bedeutung kommt in der Nuklearmedizin den Szintillationsdetektoren zu. Szintillationsdetektoren werden für den empfindlichen Nachweis der Photonenstrahlung verwendet. Das große Energieauflösungsvermögen von *Szintillationsdetektoren* ermöglicht zwischen Photonenstrahlungen verschiedener Radionuklide sowie zwischen gestreuter und ungestreuter Strahlung zu unterscheiden. Der Szintillationskristall aus NaJ ist licht- und luftdicht gekapselt. Die durch Wechselwirkung der Photonen im Kristall entstehenden Photo- und Comptonelektronen erzeugen im Kristall ein Fluoreszenzlicht, das auf die Photokathode eines Photovervielfachers geleitet wird und dort wiederum Elektronen erzeugt. Entsprechend dem Prinzip der Sekundärelektronenvervielfachung werden an jeder Dynode zusätzliche Elektronen erzeugt. Die am Ausgang entstehenden Spannungssignale sind der erzeugten Lichtmenge und damit der im Kristall abgegebenen Photonenenergie proportional. Nach entsprechender Verstärkung der Impulse erfolgt

eine Impulshöhenanalyse. Das entstehende Impulshöhenspektrum charakterisiert die Verteilung der absorbierten Energie.



*Prinzipieller Aufbau eines Szintillationsspektrometers*

### Halbleiterdetektoren:

Grundmaterial von Halbleiterdetektoren ist meist Germanium. Die nach Ionisation im Halbleiterzähler erzeugten negativen Elektronen und positiven Löcher wandern durch das Material zu den jeweiligen Elektroden. Da für ein Elektronen-Loch-Ladungspaar nur 2,9 eV benötigt werden, ist die durch ein Photon erzeugte Anzahl der Ladungsträger sehr groß. Die relative statistische Schwankung dieser großen Anzahl ist entsprechend niedrig. Es resultieren damit besser aufgelöste Impulsspektren als mit dem Szintillationszähler. Der Betrieb von Germaniumdetektoren erfolgt bei  $-180\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Anwendung: Spektroskopie unbekannter Nuklidgemische im Strahlenschutz, in der Nuklearmedizin nur vereinzelte Anwendung.

Da in der Nuklearmedizin nur Radionuklide mit sehr kurzer Halbwertszeit eingesetzt werden können, ist es erforderlich, die für die Untersuchung benutzten Substanzen erst direkt vor der Untersuchung radioaktiv zu markieren (Radiopharmaka). Bei dieser Markierung sind neben den Bestimmungen des Strahlenschutzes auch die geforderte pharmazeutische Reinheit und die Sterilitätsvorschriften (offene Applikation im Körper des Patienten) einzuhalten. Dies setzt einen hohen organisatorischen (ständige Lieferung von Radionukliden kurzer Halbwertszeit), apparativen (Sterilgeneratoren, physikalisch-chemische Analysetechnik) und personellen Aufwand (Chemiker, Physiker) für nuklearmedizinische Untersuchungen voraus.

## 6. Grundlagen der medizinischen Ultraschall-Diagnostik

- Schallausbreitung, Schallfeldgrößen
- Erzeugung und Nachweis von Ultraschall
- Wechselwirkung von Ultraschall mit der Materie, Biologische Wirkungen
- Schnittbildverfahren
- Scan-Verfahren: A-Bild, B-Bild
- Scan-Systeme
- Auflösungsvermögen
- Technische Möglichkeiten zur Verbesserung der Methode, Verfahren der mechanischen und elektronischen Fokussierung
- Abbildungsprobleme, Artefakte, Phänomene

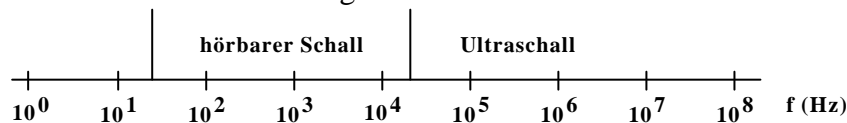
### 6.1. Einführung

Um in einen Körper "hineinsehen" zu können, muß man Strahlungen (elektromagnetische Welle, Schallwelle) anwenden, die den Körper durchdringen können.

Beispiele: Durchsichtigkeit von Körpern (im Bereich des sichtbaren Lichtes), Röntgendiagnostik, Ultraschalldiagnostik.

### 6.2. Schall in der medizinischen Diagnostik

Die Diagnostik mit Schallwellen ist in der Medizin seit langer Zeit im Einsatz: Perkussion, Abhören der Herztöne usw. Bei dieser Art der Diagnostik werden Schallwellen im Hörbereich verwendet.



Der Ultraschall erlangte in der medizinischen Diagnostik erst Ende der 60ziger Jahre eine Bedeutung. Einhergehend mit der stürmischen Entwicklung der Mikroelektronik und Mikrocomputertechnik setzte auch eine enorme Verbesserung der Darstellung von Schnittbildern aus dem menschlichen Körper ein. Zur Anwendung kommen hier vorwiegend Ultraschallfrequenzen im Bereich von 2 bis 10 MHz (höhere Frequenzen in der Dermatologie).

### 6.3. Schallausbreitung, Schallfeldgrößen

Schallwellen sind elastische Wellen in deformierbaren Medien. Sie sind damit im Gegensatz zu elektromagnetischen Wellen (Licht, Röntgenstrahlung) an ein Medium gebunden. Die Ausbreitung von Schallwellen hängt stark von den elastischen Eigenschaften des Mediums ab. Schallwellen breiten sich in Flüssigkeit (und biologischem Gewebe) als Longitudinalwellen (Teilchen schwingen in Schallausbreitungsrichtung) aus. In festen Körpern (Knochen) können sich die Schallwellen auch als Transversalwellen (Teilchen schwingen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung) ausbreiten.

*Bestimmungsgrößen einer (Schall)Welle:* Frequenz  $f$ , Schwingungsdauer  $T$ :  $f = 1/T$ ,  
Wellenlänge  $\lambda$  (räumlicher Abstand zweier benachbarter, in gleicher Phase schwingender Teilchen einer Welle),  
Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$

Zwischen Frequenz, Wellenlänge, und Ausbreitungsgeschwindigkeit gilt die Beziehung:  $c = \lambda \cdot f$ .

Für eine vorgegebene Ausbreitungsgeschwindigkeit kann man die Wellenlängen für die verschiedenen Frequenzen berechnen. Frequenzen von 2 bis 10 MHz entsprechen Wellenlängen von 0,8 bis 0,15 mm (Annahme: mittlere Schallgeschwindigkeit für biologisches Gewebe 1540 ms).

Neben herkömmlichen Schallwellen (z. B. Musikinstrumente) wird Schall in der Technik durch sogenannte Schallwandler, die eine elektrische Größe in eine akustische Größe wandeln, erzeugt: Lautsprecher, Ultraschallwandler.

### Akustische Impedanz

Für eine frei im Raum befindliche Schallquelle erfolgt eine gleichmäßige Abstrahlung des Schalls in den Raum. Damit werden mit wachsendem Abstand  $r$  immer größere Kugelflächen erfaßt, und die Schallintensität  $J$  nimmt mit dem Quadrat des Abstandes ab:

$$J(r) \sim 1/r^2.$$

Für die Schallausbreitung in einem Medium sind die Dichte des Mediums  $\rho$  und die für das Medium spezifische Schallgeschwindigkeit  $c$  von Bedeutung. Das Produkt aus beiden Größen wird als Schallwellenwiderstand oder akustische Impedanz  $Z$  bezeichnet.

$$Z = \rho \cdot c = p_{\text{eff}} / v_{\text{eff}} \quad \text{mit : Schalldruck } p_{\text{eff}} \text{ [ Pa ], Schallschnelle } v_{\text{eff}} \text{ [ m/s ]}$$

Weitere interessierende Größen des Schallfeldes sind die Schalleistung  $P$  und die Schallintensität  $J$  :

$$J = p_{\text{eff}} \cdot \mathbf{u}_{\text{eff}} \quad \text{und} \quad J = p_{\text{eff}}^2 / Z = \frac{p_{\text{eff}}^2}{\rho \cdot c} = \rho \cdot c \cdot \mathbf{u}_{\text{eff}}^2 \quad [\text{W/m}^2]$$

Für die Ausbreitung von Schall bzw. Ultraschall spielt die akustische Impedanz eine wesentliche Rolle. Von besonderer Bedeutung sind Impedanzsprünge.

In Luft: Schallschnelle  $v \approx 1/400 \cdot p_{\text{eff}}$ , Schallausschlag  $a = v_{\text{eff}} / \omega$

Richtwerte: Amplituden der schwingenden Teilchen 10 nm, Geschwindigkeitsamplituden 0,1 mm/s.

### Reflexion und Brechung

Änderungen (Sprünge) der akustischen Impedanz können zu Reflexion und Brechung der Schallwellen führen. Es gelten Reflexionsgesetz und Brechungsgesetz.

### Absorption

Bei der Ausbreitung von Schallwellen durch ein Medium erfahren die Schallwellen eine Abschwächung. Wesentliche Ursache dieser Abschwächung ist die Absorption ("Reibungsverluste" der schwingenden Teilchen, Umwandlung von Schallenergie in Wärme). An kleinen Strukturen im Schallfeld ist daneben auch eine *Streuung* von Schallwellen möglich. Die Schwächung der Schallenergie erfolgt in Abhängigkeit von der durchlaufenen Strecke nach dem bekannten exponentiellen Absorptionsgesetz:

$$J = J_0 \cdot e^{-kx} \quad \begin{array}{l} J_0: \text{Schallintensität an der Ausgangsstelle} \\ x : \text{durchlaufene Strecke, } k : \text{Schwächungskoeffizient} \end{array}$$

Der Schwächungskoeffizient  $k$  ist für alle Gewebe eine Funktion der Frequenz und steigt in guter Näherung mit der Frequenz linear an.

Üblich ist die Verwendung eines logarithmischen Maßes für die Schwächung (Dezibel), d. h. die Dämpfung der Schallwelle.

$$\alpha = 10 \cdot \lg J / J_0 \quad [\text{dB}]$$

Die Schallgeschwindigkeit einzelner Gewebe ist unterschiedlich und hängt in den meisten Fällen auch von der Schallrichtung durch das Gewebe ab (Anisotropie).

In der Ultraschalltechnik wird mit einem mittleren Wert der Schallgeschwindigkeit im Gewebe von 1540 m/s gerechnet. Diese Annahme ist ausreichend. Es muss jedoch auf folgenden Umstand hingewiesen werden: für die Bildentstehung werden bereits Impedanzänderungen unter 1 %, und damit auch geringe Geschwindigkeitsänderungen verwendet, jedoch wird bei der Berechnung dann mit dem Mittelwert von 1540 m/s gearbeitet.

An Grenzflächen bzw. bei Impedanzsprüngen kommt es zu Reflexion und Brechung. Für den Reflexionsfaktor R ergibt sich bei senkrechtem Einfall einer Schallwelle auf eine Fläche

$$R = \frac{(Z_2 - Z_1)^2}{(Z_2 + Z_1)^2} .$$

Infolge der Oberflächenrauigkeit biologischer Grenzschichten kommt es zu diffusen Reflexionen. Damit werden auch Anteile der Schallwelle zum Wandler zurückgeworfen, wenn das nach dem Reflexionsgesetz unmöglich erscheint.

#### 6.4. Erzeugung und Nachweis von Ultraschall

Zur Erzeugung und zum Nachweis von Ultraschall wird vorwiegend der piezoelektrische Effekt ausgenutzt. An geeigneten Kristallen (Quarz, derzeit vorwiegend Bariumtitanat) entsteht bei mechanischer Deformation eine elektrische Spannung. In Umkehrung des piezoelektrischen Effekts kann der Kristall durch Anlegen einer elektrischen Spannung an seine mit Elektroden versehene Oberfläche zu Schwingungen angeregt werden. Diese Erscheinung bezeichnet man als umgekehrten piezoelektrischen Effekt.

Der Ultraschallwandler (Ultraschall-Applikator) wird in Kontakt mit dem Untersuchungsgebiet gebracht. Er dient als Sender für Ultraschallimpulse und gleichzeitig als Empfänger für die Echoimpulse. Charakterisiert wird er durch seine Frequenz- und Schallfeld-Charakteristik (Fokussierung) und durch seine abgegebene Ultraschalleistung. Die Resonanzfrequenz piezoelektrischer Schwinger hängt von seinen geometrischen Abmessungen ab. Die Ultraschallwandler sind heutzutage meistens aus polykristallinen Materialien aufgebaut. Daher ist die Bezeichnung *Kristall* für den Wandler nicht ganz zutreffend.

#### 6.5. Ultraschallverfahren

Die heute in der Ultraschalldiagnostik eingesetzten Geräte verwenden vorwiegend die Impuls-Echo-Methode. Dazu wird der Ultraschallwandler zunächst als Sender betrieben, der einen kurzen Ultraschallimpuls in einer definierten Richtung abstrahlt. Danach wird der Wandler auf Empfangsbetrieb umgeschaltet und empfängt die im Untersuchungsgebiet ausgelösten Echoimpulse. Aus den Laufzeiten des Echos kann auf die Entfernung der reflektierenden Strukturen geschlossen werden. Der geometrische Abstand  $x_e$  zwischen Wandler und Echoerzeuger berechnet sich folgendermaßen:

$$x_e = \frac{1}{2} \cdot c \cdot t$$

Um eine gute axiale Auflösung zu erreichen, muss der abgestrahlte akustische Impuls sehr kurz sein (z.B. 1  $\mu$ s). Durch eine Bedämpfung auf der Rückseite des Wandlers (auch elektronische Maßnahmen) wird das Ausschwingungsverhalten des Wandlers gedämpft und damit eine Verkürzung der Impulse erreicht. Zur Erklärung des Schallfeldes vor dem Wandler ist zu beachten, dass jeder Punkt auf der Wandleroberfläche als "Elementarschallquelle" wirkt (Huygensches Prinzip). Die Überlagerung aller Elementarwellen ergibt die Wellenfront, die sich senkrecht zur Wandleroberfläche

ausbreitet (es entsteht z. B. ein näherungsweise zylinderförmiges Schallfeld vor kreisförmigen Wandleroberflächen).

Die Ultraschallverfahren in der medizinischen Diagnostik (Sonographie) basieren auf folgenden Eigenschaften der Ultraschallwellen:

- (1) Stoffe sind für Ultraschallwellen "durchsichtig", wobei die Ausbreitung im Gewebe durch die akustische Impedanz  $Z = \rho \cdot c$  bestimmt wird
- (2) Reflexion an Grenzschichten  $Z_1 \neq Z_2$
- (3) Materialabhängigkeit der Absorption
- (4) Das Auflösungsvermögen nimmt mit wachsender Frequenz zu. Ein für die Diagnostik ausreichend großes Auflösungsvermögen (kleinere Wellenlängen  $\rightarrow$  Ortung kleinerer „Hindernisse“) erfordert Frequenzen von 1 MHz und mehr (bis 100 MHz).

Für die Ultraschallverfahren (Impulsechoverfahren) sind die Eigenschaften (1), (2) und (4) von besonderer Bedeutung.

Ultraschallechos lassen sich auf verschiedene Weise auf einem Oszillographen- bzw. Computerbildschirm darstellen. Folgende Verfahren werden unterschieden:

- *A-Bild (Amplitudenbild), A-Scan:* Das reflektierte Ultraschall-Signal wird als vertikale Auslenkung auf dem Bildschirm dargestellt. Die horizontale Position entspricht der Echo-Laufzeit, d.h. der Eindringtiefe und die Amplitude der Echointensität. *Anwendung:* Kieferhöhlendiagnostik.
- *B-Bild (Brightness), B-Scan:* Das reflektierte Ultraschall-Signal erscheint ebenfalls als Funktion der Laufzeit auf dem Bildschirm, jedoch entspricht die Punkthelligkeit der Echointensität. Durch die Abtastung eines Bereichs wird eine zweidimensionale (Schnittbild-) Darstellung erreicht. *Anwendung:* Bilddarstellung ohne Anwendung ionisierender Strahlung).
- *Time-Motion (TM) Scan:* Die Ultraschallpulse werden in zeitlich konstanten Abständen gesendet und die Echos einer Grenzfläche (A-Scans) aufeinanderfolgend dargestellt. Damit werden Informationen zum zeitlichen Ablauf von Bewegungen im durchschallten Gewebe möglich. *Anwendung:* Herzdiagnostik, Echokardiographie: TM in Kombination mit dem Dopplerverfahren.
- *Doppler-Verfahren:* Bewegen sich Sender (Schallquelle) und Empfänger einer Welle relativ zueinander, so unterscheiden sich die Frequenzen von gesendeter und empfangener Welle (Doppler-Effekt). Für einen ruhenden Beobachter ergibt für einen mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegten Sender (Frequenz  $f$ ) die „Doppler-Frequenz“ nach der Beziehung:  $f_{Doppler} = \frac{f_0}{1 \pm v / c}$ . Der Doppler-Effekt tritt auch an einer reflektierenden Grenzschicht auf.

Die beobachtete Frequenzdifferenz  $\Delta f = f_S - f_E$  ist dann zusätzlich vom „Einstrahlungswinkel“  $\mathbf{j}$  abhängig

$$\Delta f = 2 f_s (v / c) \cos \mathbf{j} ; \quad \text{mit } f_s, f_E: \text{ Sender-, bzw. Empfängerfrequenz, } c: \text{ Schallgeschwindigkeit, } v: \text{ Geschwindigkeit der Grenzfläche und } c \gg v.$$

*Anwendung:* Messung der Strömungsgeschwindigkeit in Blutgefäßen

## 6.6. Wechselwirkung von Ultraschall mit der Materie und biologische Wechselwirkungen

Ultraschall wird beim Durchdringen eines Stoffes (z. B. biologisches Gewebe) durch Reflexion, Streuung und Absorption geschwächt. Die absorbierte Energie wandelt sich in Wärmeenergie um (Ausnutzung dieses Effektes in der Ultraschalltherapie,  $1\text{W}/\text{cm}^2$ ). Die Wirkung des Ultraschalls auf das durchlaufene Medium hängt ab von Intensität, Einwirkungsdauer und Frequenz. Bei hohen Intensitäten, mehrere  $\text{Watt}/\text{cm}^2$ , können bei ausreichender Zeiteinwirkung (bis zu Minuten) Zerstörungen des Gewebes auftreten. Derartig hohe Intensitäten des Ultraschalls müssen in der Diagnostik vermieden werden. In der Diagnostik sind Sendeleistungen unter  $100\text{ mW}/\text{cm}^2$  bei Verwendung empfindlicher Signalempfänger als ausreichend anzusehen. Die zu erwartenden thermischen Effekte sind bei derartig kleinen Leistungen gering. Bei einer Einwirkungszeit in der Größenordnung von 1 min können Erwärmungen bis zu  $1^\circ\text{C}$  entstehen. Die Wärme wird jedoch sehr schnell durch Perfusion in das umliegende Gewebe abgeführt, womit eine thermische Schädigung auszuschließen ist.

### *Schädigung durch Kavitation bzw. Mikro kavitation*

Bei großen Amplituden der Unterdruckphase von Ultraschallwellen können die Kohäsionskräfte einer Flüssigkeit überwunden werden. Es kommt zum Aufreißen der Flüssigkeit (Gasbläschenbildung). Die Kavitationsschwelle hängt von der Reißfestigkeit der Flüssigkeit und der Zeitkonstante für Bläschenbildung ab (bei 1 MHz Richtwert:  $100\text{ W}/\text{cm}^2$ ).

Zur Abschätzung, ob infolge zu großer Ultraschalleistung Kavitation hervorgerufen werden kann, muß bei den angegebenen Sendeleistungen der Gerätehersteller beachtet werden, daß durchaus die Sendeleistung für die einzelnen Ultraschallimpulse höher ist, als die angegebenen Werte (Verhältnis der Sendepulse zu Pausenzeiten beachten; für Intensitäten von  $10\text{ mW}/\text{cm}^2$  können sich dann Werte von 1 bis  $10\text{ W}/\text{cm}^2$  ergeben, die nicht unbedenklich sind).

Bei handelsüblichen Geräten ist jedoch wegen der Kürze der Einwirkungszeit und den zur Anwendung kommenden Frequenzen von über 2 MHz kaum mit Kavitationserscheinungen im klassischen Sinne zu rechnen. Es kann eventuell zu Absonderungen von gelösten Gasen in der Zellflüssigkeit kommen und damit möglicherweise auch zu mechanischen Zerstörungen von Zellbestandteilen. Wenn auch eine schädigende Wirkung des Ultraschalls für Intensitäten, wie sie in der Diagnostik verwendet werden, bisher nicht nachgewiesen werden konnte, ist damit nicht die völlige Unschädlichkeit bewiesen. Eine Einhaltung der Grenzwerte und eine Minimierung der Untersuchungszeiten ist anzustreben.

### *Schädigung im Gewebe durch Ultraschall:*

- durch Umwandlung der Schallwellen in Wärme
- durch Kavitation
- durch mechanische Schwingungen der Substanzteilchen im Ultraschallfeld
- Abhängigkeit der Veränderung von Frequenz und Intensität (biologischer Effekt nur bei Intensitäten über  $0,1\text{ W}/\text{cm}^2$  und Dauerbeschallung beobachtet).