Chaotische Systeme

ViLab

Marian Panten

Übersicht

- Einleitung
- Geschichte
- Merkmale und Eigenschaften
- Beispiele und Anwendungen
- Schluss

Einleitung

- Chaosforschung seid 70er Jahre
- Motivation:
  - Einfache Systeme zeigen zufälliges Verhalten
  - praktische Anwendungen

Einleitung

- Betrifft viele Wissenschaften
  - Wirtschaftswissenschaften
  - Gesellschaftswissenschaften
  - Medizin
  - Naturwissenschaften, etc.
- Wurde erst durch Computer wissenschaftsfähig

Übersicht

- Einleitung
- ***Geschichte***
- Merkmale und Eigenschaften
- Beispiele und Anwendungen
- Schluss

Geschichte

- Pierre-Simon Laplace
- (1749 -1827)
- Mathematiker
  - Wahrscheinlichkeitstheorie

Geschichte

- Laplacescher Dämon

Natur strickt deterministisch

Berechenbarkeit aller Teilchen | für alle Zeit

Laplacescher Dämon

ungenügend Informationen

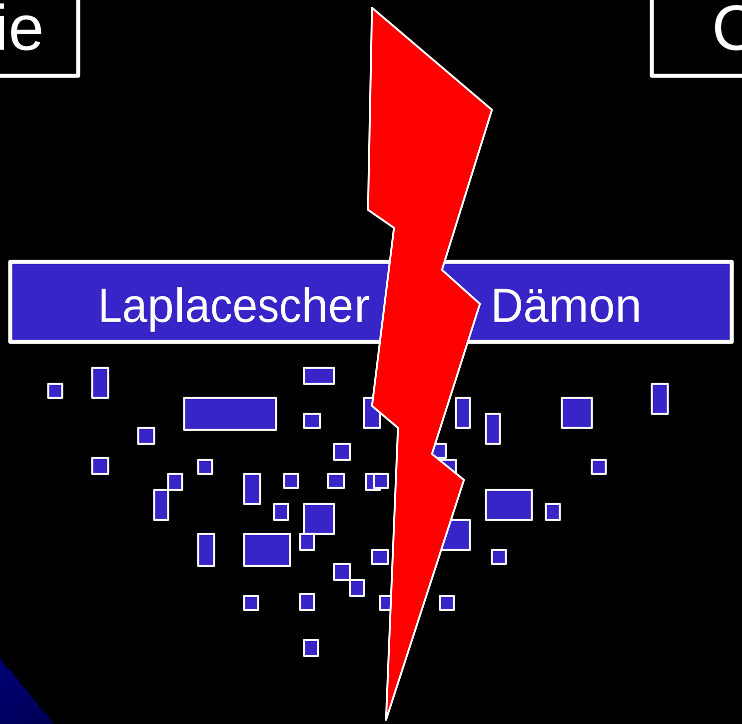
Wahrscheinlichkeitstheorie

Geschichte

- Zusammenbruch

Quantentheorie

Chaostheorie



Geschichte

- Jules Henri Poincaré
- (1854 - 1912)
- Mathematiker

Geschichte

- Ist unser Sonnensystem stabil?
  - winzige Störeinflüsse in kritischen Situationen
  - Aufschaukeln dieser Störungen
  - Veränderung der Ellipsenbahn

? Deterministisches Chaos

<u>Drei Planeten Modell:</u>

Die Planetenbahn einer sehr kleinen Masse kann durch das Anwesensein von zwei sehr großen Massen aus dem Gleichgewicht gebracht werden.

Geschichte

- Edward Lorenz
- (1962)
- Meteorologe

Geschichte

- Das chaotische Wetter
  - Rundungen an Zwischenergebnissen
  - durch Minimale Änderung der Anfangsbedingungen entsteht völlig neues Wetter
  - dadurch werden langfristige Wettervorhersagen unmöglich

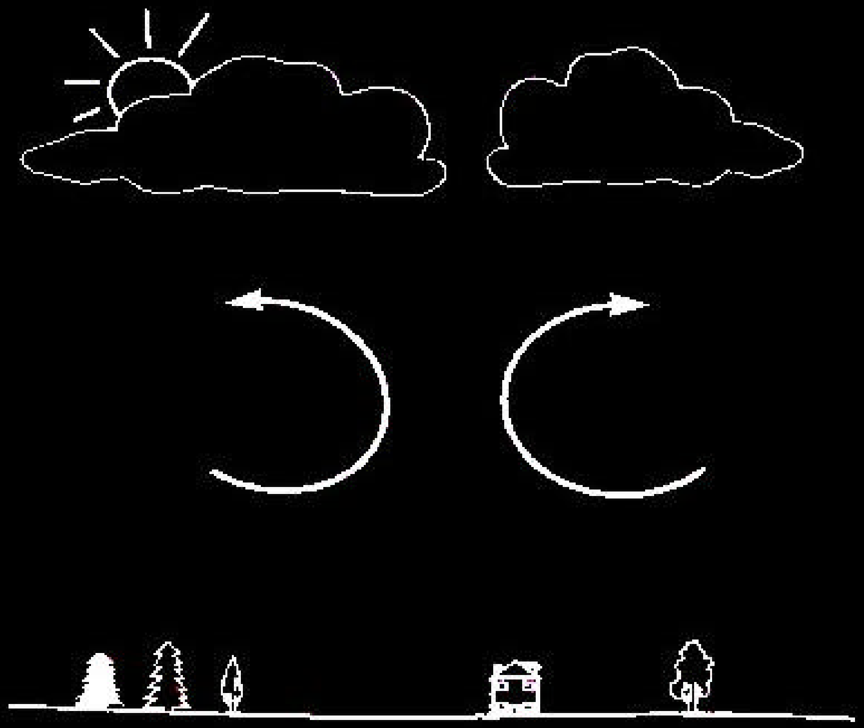
- Geburt der Chaosforschung
  - betrifft nicht nur das Wetter
  - viele weitere Forschungsgebiete

Übersicht

- Einleitung
- Geschichte
- ***Merkmale und Eigenschaften***
- Beispiele und Anwendungen
- Schluss

Merkmale und Eigenschaften

- Bénard – Zellen
  - hydrodynamisches System
  - Temperaturgefälle erzeugt rotierende Konvektionszellen



Merkmale und Eigenschaften

- Lorenzwetter
  - Zeitkontinuierliches System
  - Vereinfachung mittels dreidimensionaler Differentialgleichungen
- Schmetterlingseffekt
  - sensible Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen

? Unvorhersagbarkeit

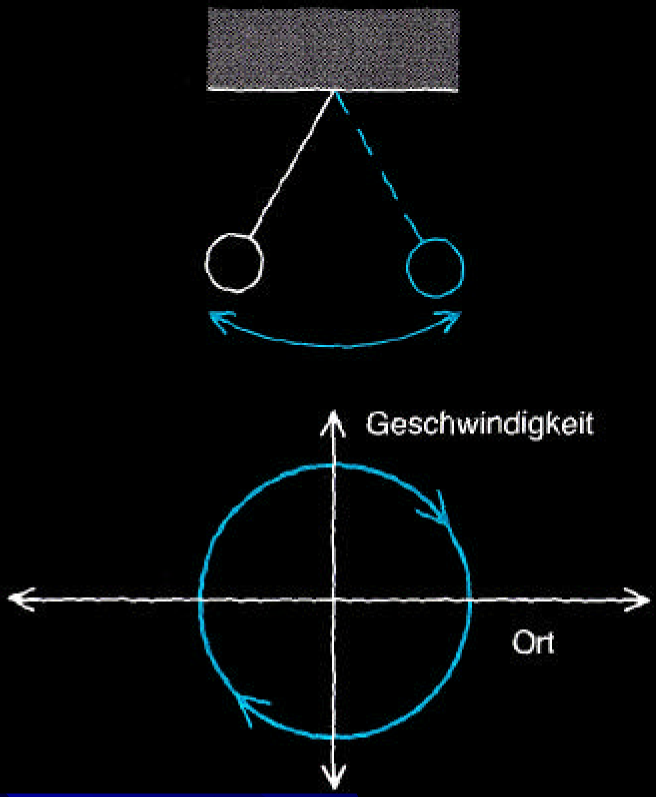
?X/ ?t = - s (X – Y)
?Y/ ?t = rX – Y – XZ
?Z/ ?t = XY - bZ

s , r : hydrodynamische Größen
b : Geometrie des Systems

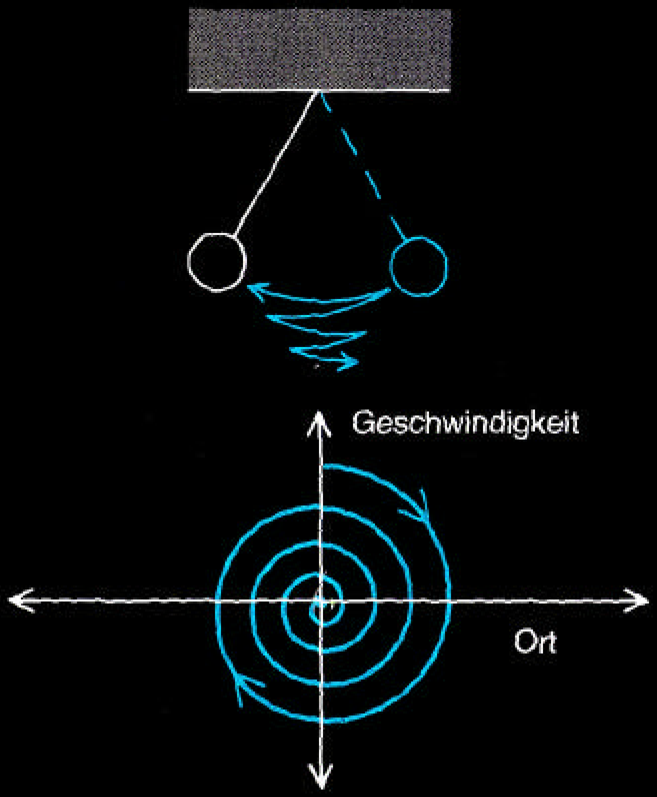
X : Geschwindigkeitsprofil
Y / Z : waagerechte/senkrechte Temperaturverteilung

Merkmale und Eigenschaften

- Einführung Phasenraum



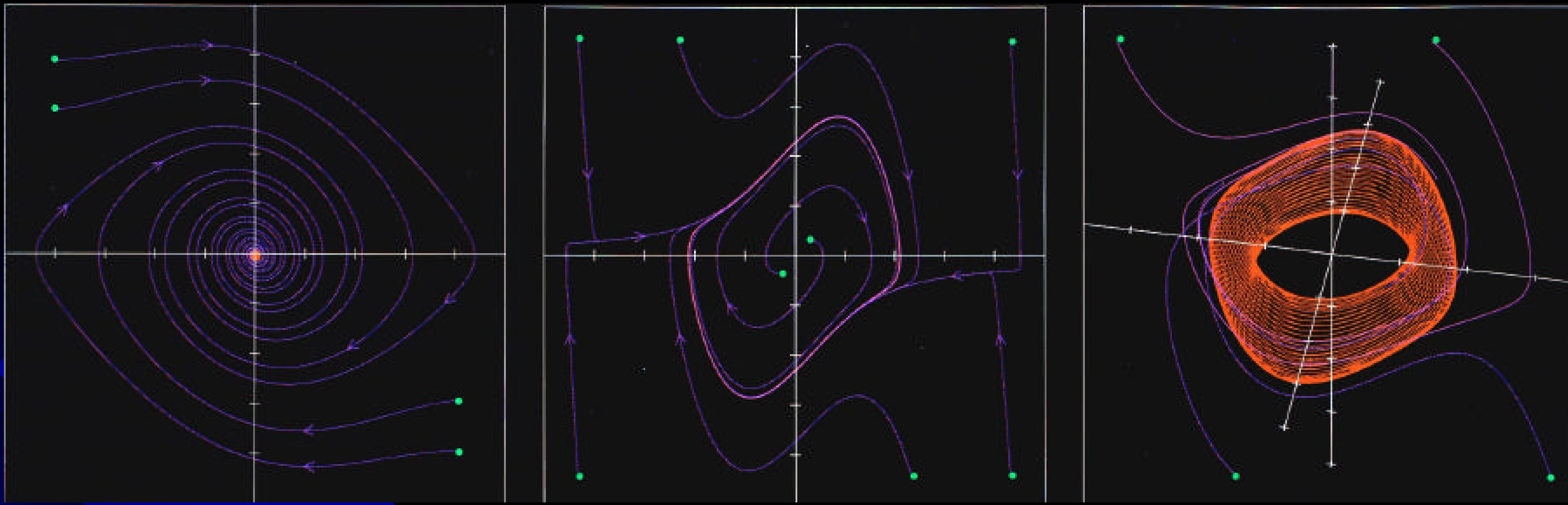
ohne Reibung



mit Reibung

Merkmale und Eigenschaften

- Einführung Attraktoren - wo Systeme enden

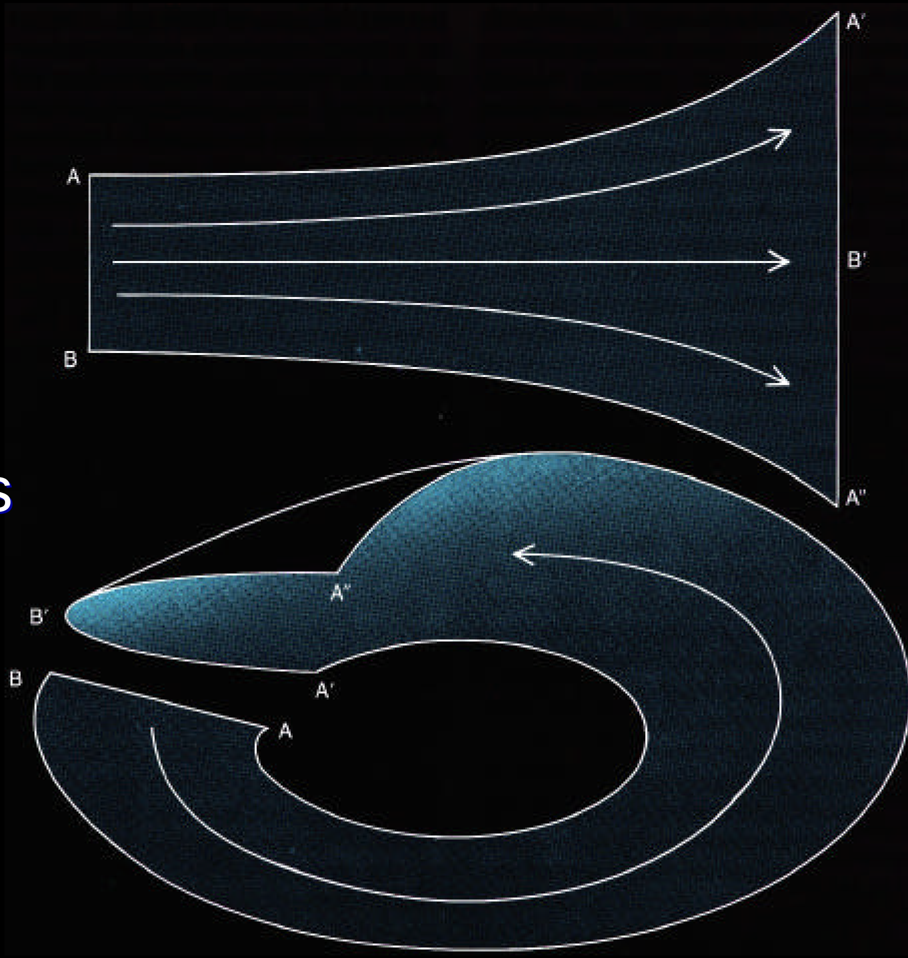


Fixpunkt Grenzzyklus Torus

Merkmale und Eigenschaften

- Im chaotischen System
  - benachbarte Anfangszustände divergieren exponentiell
  - Zustände fallen zurück
  - Chaos mischt Orbits des Phasenraums

? Zufälliges Verhalten



Merkmale und Eigenschaften

- seltsame/chaotische Attraktoren

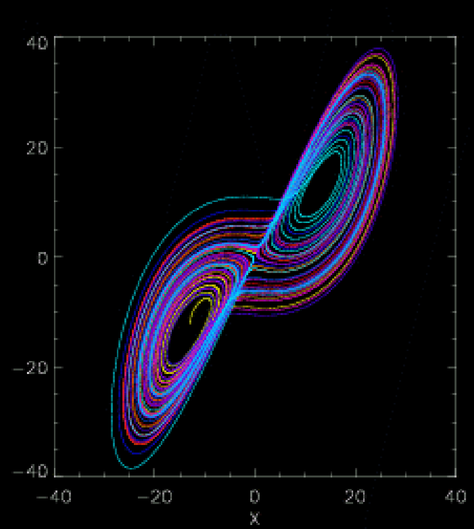
Lorenz - Attraktor

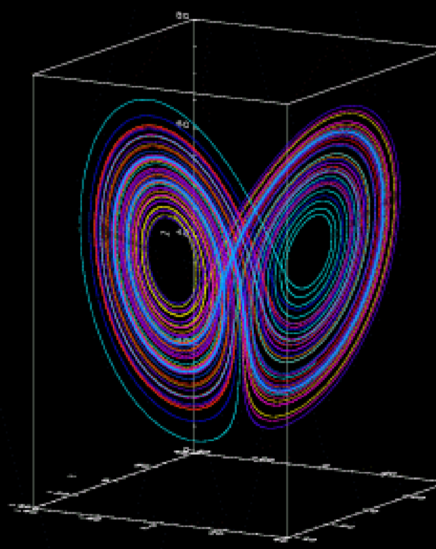
- parallele Orbits → nur kurz benachbart
- Verstärkung von mikroskopischen Störungen
- Beeinflussung des makroskopischen Verhaltens

Normales System

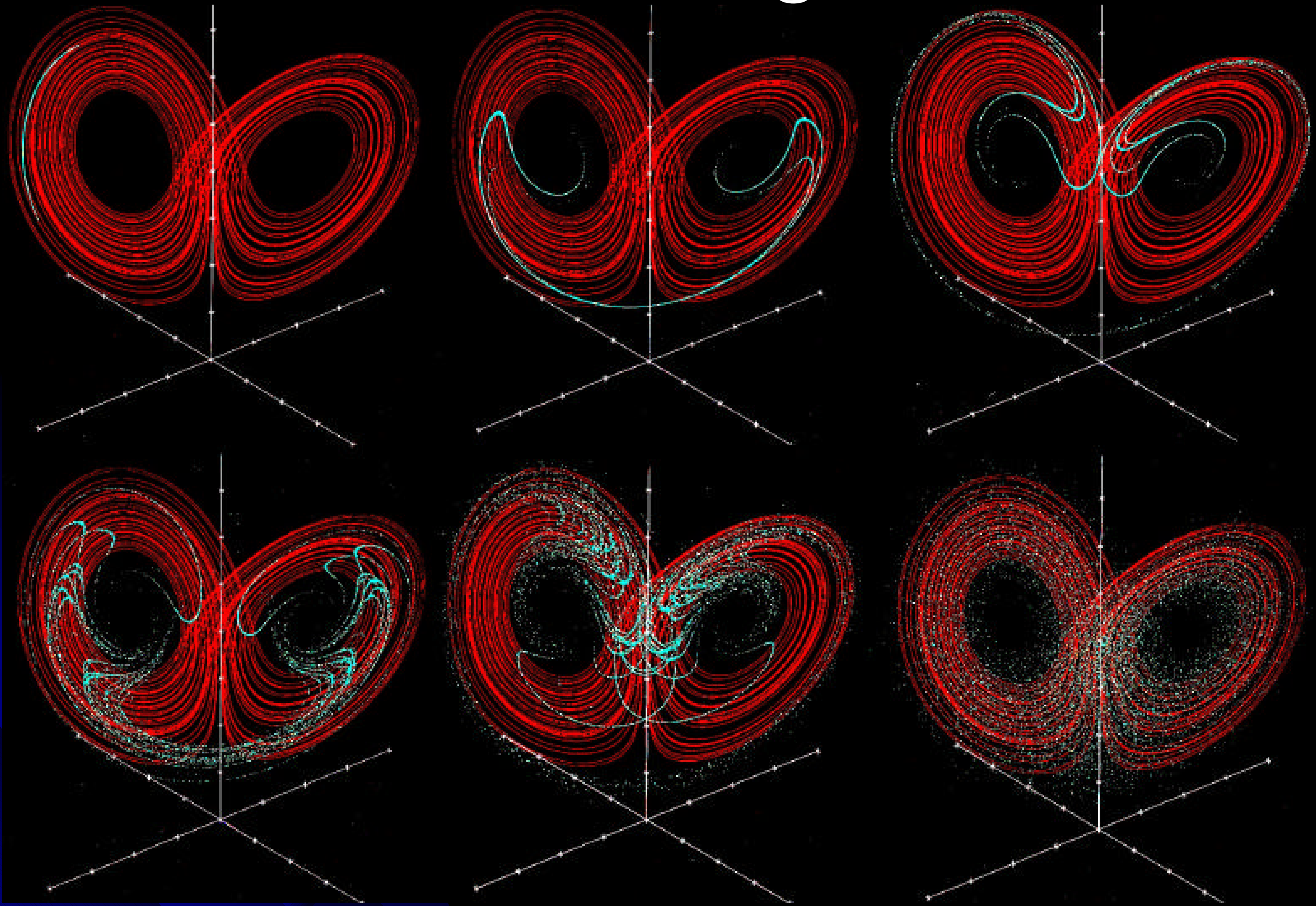
- Orbits bleiben beieinander
- Beschränkung der Fehler

? Vorhersagbar





Merkmale und Eigenschaften

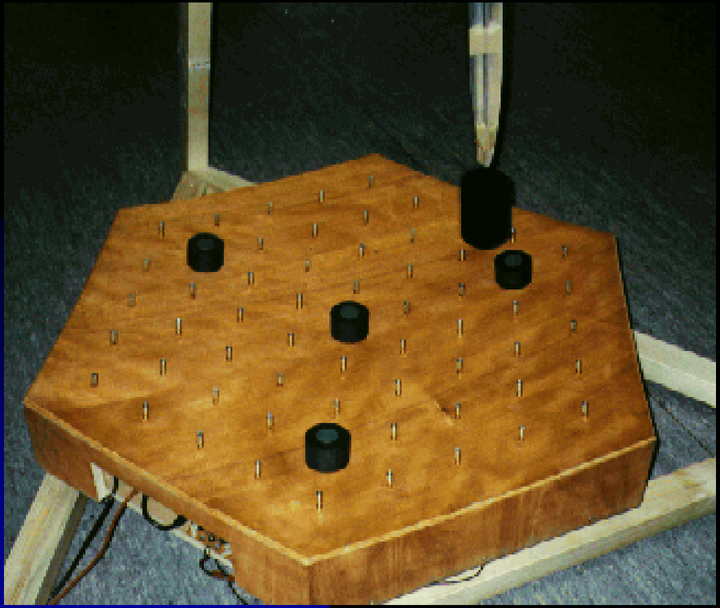


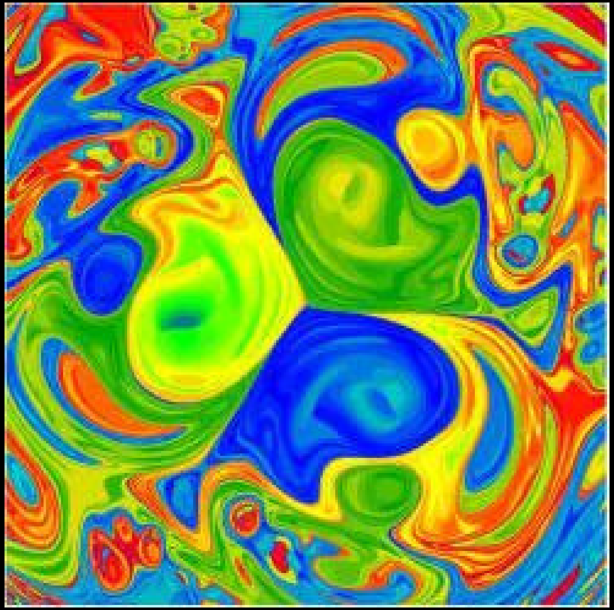
Übersicht

- Einleitung
- Geschichte
- Merkmale und Eigenschaften
- ***Beispiele und Anwendungen***
- Schluss

Beispiele und Anwendungen

- Magnet Pendel

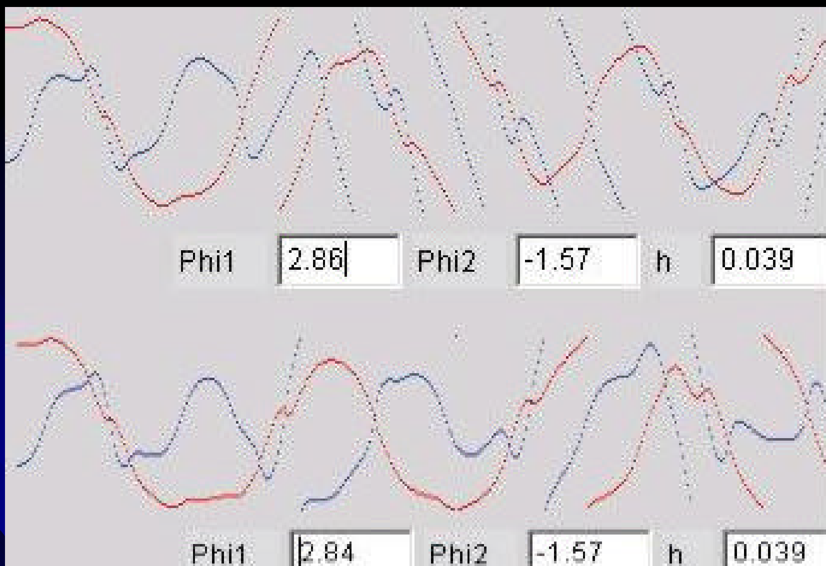


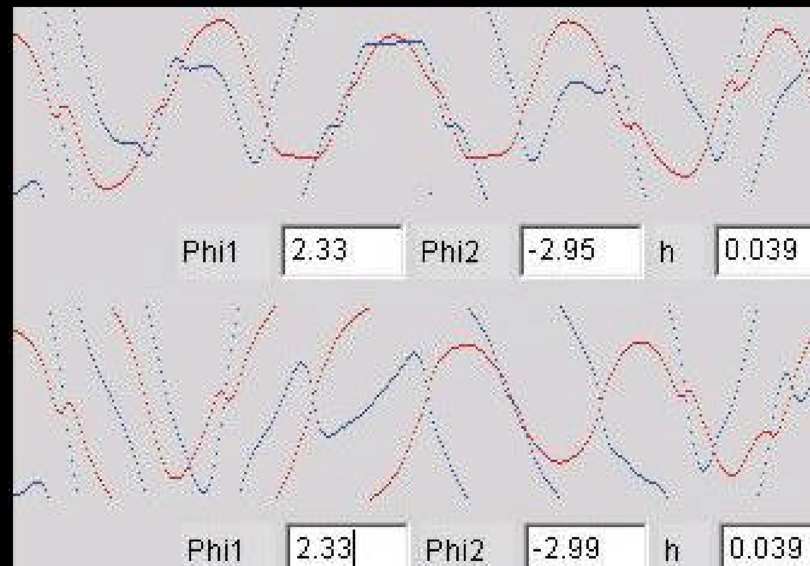


Attraktoren sind Fraktale

Beispiele und Anwendungen

- Chaotische Doppelpendel
  - Chaos durch Rückkopplung

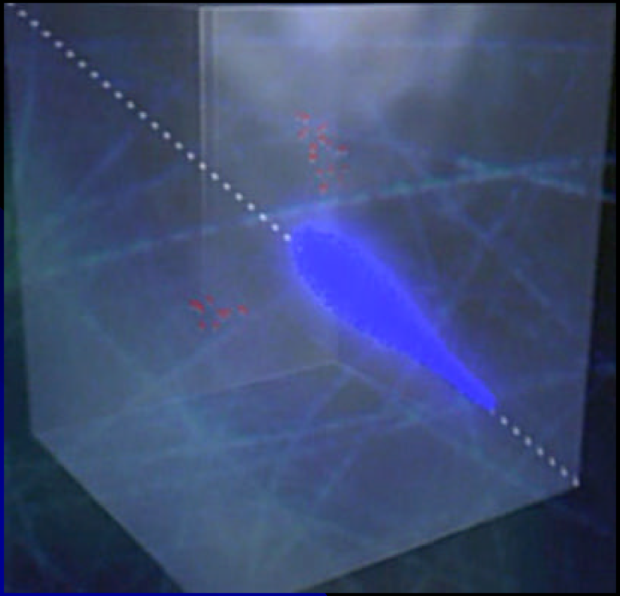




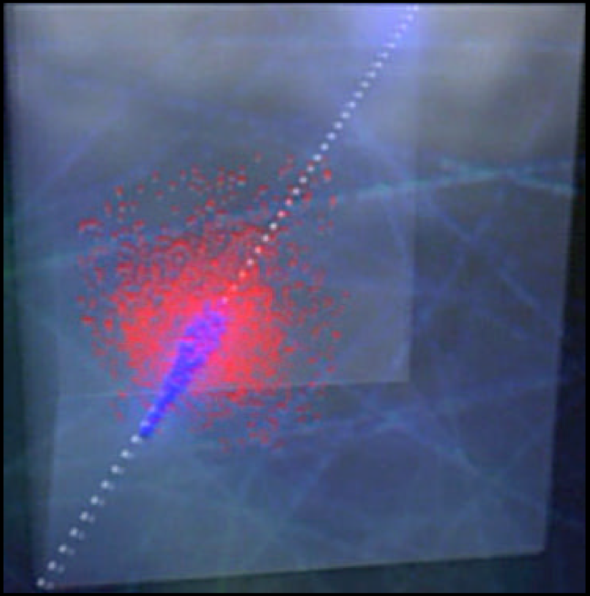
http://www.mathematik.ch/anwendungenmath/Doppelpendel/

Beispiele und Anwendungen

- Chaotischer Herzschlag



Gesundes Herz



Krankes Herz

Beispiele und Anwendungen

- Weitere Beispiele
  - Börsenkurse
  - Gesellschaftliche Entwicklungen
    → Geschichte
  - Billard ohne Reibung
    - Ein Elektron am Rande des Universums kann die Billardkugeln so ablenken, dass ihre Bahn unvorhersagbar wird.

    → Chaos auch beim Billard mit Reibung
  - Hyperion
  - Und vieles mehr

Übersicht

- Einleitung
- Geschichte
- Merkmale und Eigenschaften
- Beispiele und Anwendungen
- ***Schluss***

Schluss

- Chaotische Systeme zeigen stochastisches Verhalten, obwohl kein Zufall wirkt, sondern eine unbekannte Zahl nicht genau messbarer Kräfte.
- Dies liegt in der Natur dieser Systeme
- Ausbildung von chaotische Attraktoren

? deterministisches Chaos

? kleine Fehler haben große Wirkung

→ **Unvorhersagbarkeit**